TOME 16. N° 2. FÉVRIER 1955.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

L'ONDE u ET LE FLUIDE ASSOCIÉ DANS LA THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUNTION DE M. LOUIS DE BROGLIE

Par JEAN-LOUIS DESTOUCHES,
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — On montre qu'à l'onde u de M. Louis de Broglie dans sa théorie de la double solution on peut associer un fluide qui représente en quelque sorte le corpuscule. Cette image hydrodynamique fournit une aide pour écrire l'équation d'onde non linéaire de la fonction u. La question est traitée ici à l'approximation non relativiste.

1. Conditions générales sur l'onde u. — La fonction d'onde u se décompose en module et argument, soit

$$u(P,\ t) = f(P,\ t)\, e^{ik\varphi(P,\ t)} \qquad \left(k = \frac{1}{\hbar} = \frac{2\pi}{h}\right).$$

Cette fonction u obéit à une équation non linéaire

$$E(u) = 0 \tag{1}$$

qu'on peut écrire à l'approximation non relativiste sous la forme

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V\right)u + i\hbar\frac{\partial u}{\partial t} = Q(u,\ \nabla), \tag{1'}$$

$Q(u,\ \nabla)$ désigne les termes non-linéaires qui ne sont pas encore connus, tandis que les termes linéaires sont mis en évidence. Si l'on néglige Q, on retombe sur la forme primitive de la théorie de la double solution [1].

La fonction u doit être nulle aux limites du domaine dans lequel l'onde peut se propager et soit présente une singularité en un point $M(t)$ soit est grande en module dans une petite région entourant un point $M(t)$.

2. Équations réelles. — Dans l'équation (1), écrivons u en mettant en évidence son module et son argument, puis séparons l'équation (1) en deux équations réelles correspondant à la partie réelle et à la partie imaginaire après avoir multiplié les deux membres par $e^{-ik\varphi}$ avec $k.\hbar = 1$. Comme on a

$$\Delta u = e^{ik\varphi}[\Delta f + ikf\,\Delta\varphi + 2ik\,\mathrm{grad}\,f.\mathrm{grad}\,\varphi - k^2 f(\mathrm{grad}\,\varphi)^2],$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = e^{ik\varphi}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + ikf\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right),$$

on obtient ainsi respectivement pour la partie réelle et pour la partie imaginaire

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\Delta f - \frac{1}{\hbar^2}f(\mathrm{grad}\,\varphi)^2 + Vf - f\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right] = \mathcal{R}[e^{-ik\varphi}\,Q(f\,e^{ik\varphi},\ \nabla)], \tag{2}$$

$$-\frac{\hbar}{2m}[f\Delta\varphi + 2\,\mathrm{grad}\,f.\mathrm{grad}\,\varphi] + \hbar\frac{\partial f}{\partial t} = \mathcal{I}[e^{-ik\varphi}\,Q(f\,e^{ik\varphi},\ \nabla)]. \tag{3}$$

La fonction f est supposée non-identiquement nulle et finie sauf au plus en un nombre fini de points. On peut donc multiplier par $\frac{1}{f}$ les deux membres de (2) pour obtenir une équation équivalente à (2) qui prend la forme

$$\frac{1}{2m}(\mathrm{grad}\,\varphi)^2 + V - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta f}{f} - \frac{\partial\varphi}{\partial t} = Q_J(f,\ \varphi,\ \nabla) \tag{4}$$

en posant

$$Q_J(f,\ \varphi,\ \nabla) = \mathcal{R}\left[\frac{1}{u}Q(u,\ \nabla)\right]. \tag{5}$$

Multiplions l'équation (3) par $2f$; nous obtenons ainsi une équation équivalente à (3) avec les hypo-

thèses faites sur f. En tenant compte de l'identité

$$f^2 \Delta\varphi + 2f \operatorname{grad} f . \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{div}(f^2 \operatorname{grad} \varphi)$$

et en divisant par $\hbar$, on obtient

$$\frac{\partial f^2}{\partial t} + \operatorname{div}\left(-\frac{1}{m} f^2 \operatorname{grad} \varphi\right) = Q_C(f, \varphi, \nabla) \qquad (6)$$

à condition de poser

$$Q_C = \frac{2}{\hbar} f^2 \mathfrak{I}\left[\frac{1}{u} Q(u)\right]. \qquad (7)$$

De (5) et (7), on tire immédiatement

$$Q(u, \nabla) = u\, Q_J(f, \varphi, \nabla) + \frac{i\hbar}{2f^2} Q_C(f, \varphi, \nabla). \qquad (8)$$

Finalement nous avons comme équations réelles équivalentes à l'équation complexe (1′) les deux équations (4) et (6), et le terme non-linéaire Q de l'équation (1′) s'exprime en fonction des termes Q_J et Q_C par la formule (8).

3. **Double interprétation des équations réelles.** — *Les équations* (4) *et* (6) *admettent une double interprétation en termes de théories classiques* : Dans le cas où le terme Q_J ne dépend pas de φ ni de ses dérivées, c'est-à-dire *dans le cas où l'on a*

$$Q_J = Q_{J,0}(f, \nabla),$$

on peut interpréter l'équation (4) *comme une équation de Jacobi d'un point matériel soumis à une force dérivant du potentiel*

$$V_{\text{tot}} = V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta f}{f} - Q_{J,0}(f, \nabla). \qquad (9)$$

Le premier terme est le *potentiel du problème classique correspondant*, le second terme est le *potentiel quantique* de M. Louis de Broglie, le troisième terme est un *potentiel complémentaire* provenant de la non-linéarité de l'équation de l'onde u; il est supposé calculable à partir de f et de l'opérateur ∇, car M. Louis de Broglie [2] suppose que son onde u obéit à une équation aux dérivées partielles non-linéaire. La fonction φ s'interprète ainsi comme la fonction de Jacobi du point matériel soumis au potentiel V_{tot} et ce point matériel figure le corpuscule.

Mais le potentiel quantique et le potentiel complémentaire dépendent de la fonction f et de ses dérivées, et la fonction f est liée à φ par l'équation (6); cette équation peut être interprétée comme une *équation de champ* : un champ scalaire $\rho(P, t)$ défini par

$$\rho(P, t) = f^2 \qquad (10)$$

obéit à une équation d'évolution qui est l'équation (6); à ce champ se trouve associé une force qui dérive d'un potentiel calculable à partir de ρ selon la formule (9) compte tenu de (10); de cette façon le champ influe sur le mouvement du point matériel et le mouvement du point réagit sur le champ par la présence de la vitesse du point matériel dans l'équation du champ; en effet, d'après les formules de la Mécanique classique, nous avons

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = -\operatorname{grad} \varphi.$$

Ainsi, d'une manière purement formelle *on peut interpréter les équations* (4) *et* (6) *comme suit* : (4) *est l'équation de Jacobi d'un point matériel soumis au potentiel du problème classique correspondant augmenté de deux termes (potentiel quantique et potentiel complémentaire) qui sont liés à un champ scalaire* ρ *sur lequel le point matériel réagit, l'équation d'évolution de ce « champ quantique » étant l'équation* (6); *l'influence du point matériel s'y exprime par sa vitesse.*

Dans la théorie de la double solution de M. Louis de Broglie, on ajoute que ce point matériel figure le corpuscule et qu'il est confondu avec la singularité de la fonction $f(P, t)$, c'est-à-dire avec la singularité du champ ρ. Naturellement la façon dont le point matériel $M(t)$ et le « champ quantique » ρ sont liés ne se rencontre pas en Physique classique, mais au point de vue formel on peut construire complètement une telle théorie en termes purement classiques; on a donc bien ainsi une première interprétation des équations (4) et (6) dans une théorie classique; le corpuscule apparaît ainsi comme représenté par un point matériel de la Mécanique classique soumis à certaines forces les unes classiques, les autres quantiques et dérivant d'un champ scalaire sur lequel le mouvement du corpuscule réagit.

Naturellement cette interprétation cesse d'être acceptable si le terme Q_J dépend de φ ou de ses dérivées, car alors l'équation (4) n'a plus la forme d'une équation de Jacobi; on peut conserver une interprétation des équations (4) et (6) en termes de mouvement d'un point matériel sous l'action d'un champ sur lequel il réagit, seulement le mouvement de ce point n'est plus régi par la Mécanique classique (équation de Jacobi), mais par une mécanique ponctuelle construite spécialement pour interpréter l'équation (4); une telle interprétation n'offrirait pas grand intérêt car elle serait trop artificielle. Nous allons montrer maintenant que les équations (4) et (6) admettent une autre interprétation qui dans sa forme générale n'est pas soumise à la restriction précédente pour le terme Q_J.

4. **Interprétation hydrodynamique des équations réelles.** — L'équation (6) a la forme d'une équation de continuité hydrodynamique avec terme de sources et de puits, et ceci est le point de départ d'une seconde interprétation formelle des équations (4) et (6) en termes de théories classiques.

Nous pouvons décomposer Q_C en trois termes

dont certains peuvent être nuls en posant :

$$Q_C = \frac{1}{m}\operatorname{div}[f^2 \operatorname{grad}\chi(f, \varphi, \nabla)] + \frac{1}{m}\operatorname{div}\left[f^2 \vec{\Xi}(f, \varphi, \nabla)\right] + \sigma(f, \varphi, \nabla). \quad (11)$$

Avec cette explicitation du terme Q_C, l'équation (6) devient :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\left(-\frac{1}{m}\rho\left\{\operatorname{grad}[\varphi + \chi(f, \varphi, \nabla)] + \vec{\Xi}(f, \varphi, \nabla)\right\}\right) = \sigma(f, \varphi, \nabla). \quad (12)$$

Cette équation est bien une équation de continuité hydrodynamique. Le second membre σ désigne les termes de sources ou de puits et caractérise les créations ou les disparitions de fluide; l'expression entre accolades au premier membre désigne la vitesse d'une particule du fluide associé :

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{m}\left\{\operatorname{grad}[\varphi + \chi(f, \varphi, \nabla)] + \vec{\Xi}(f, \varphi, \nabla)\right\} \quad (13)$$

et ρ est la densité de ce fluide. La fonction φ apparaît alors comme une partie du potentiel des vitesses : la vitesse $\mathbf{v}$ d'un élément du fluide est formée d'un terme $\vec{\Xi}$ d'où dérive le vecteur tourbillon et d'un terme gradient du potentiel des vitesses; ce potentiel est la somme de deux termes, l'un χ provenant de la non-linéarité de l'équation (1') en u, l'autre φ apparaissant dès l'approximation linéaire. L'équation (4) s'interprète comme une équation d'évolution pour la partie φ du potentiel des vitesses; cette évolution dépend de la densité de fluide ρ et de ses dérivées. Nous parvenons ainsi à une autre interprétation classique des équations réelles (4) et (6) associées à l'onde u : *à une onde u se trouve associé un fluide dont la densité est ρ donnée par la formule* (10) *et la vitesse* $\mathbf{v}$ *donnée par la formule* (13); *ce fluide obéit à une équation de continuité avec terme de source qui n'est autre que l'équation* (6) *et un des termes du potentiel des vitesses obéit à l'équation* (4) *qui règle son évolution.* Pour ce fluide, on peut écrire des équations d'hydrodynamique, par exemple en utilisant les variables d'Euler, mais les autres éléments du fluide ne sont pas fixés à partir de l'équation (1').

On voit donc que les équations (4) et (6) admettent deux interprétations classiques : l'une en termes de Mécanique ponctuelle, l'autre en termes de Mécanique des fluides.

5. **Réduction de la représentation hydrodynamique.** — Avec l'interprétation précédente, l'équation (4) n'a pas une interprétation simple en termes d'hydrodynamique et cela est dû à la présence du terme en $\chi(f, \varphi, \nabla)$; nous allons montrer tout d'abord qu'on peut le faire disparaître des équations. En effet, posons

$$\varphi_1 = \varphi + \chi(f, \varphi, \nabla).$$

Une fois les calculs effectués, χ nous donne une fonction du point P et du temps (qui sont les arguments des fonctions f et φ). Nous pouvons alors effectuer un changement de fonction et adopter la fonction φ_1 à la place de la fonction φ; un calcul immédiat montre que nous obtenons pour la fonction φ_1 une équation (4_1) de forme identique à (4) dans laquelle il faut substituer φ_1 à φ et $Q_{J,1}$ à Q_J, à condition de poser

$$Q_{J,1}(f, \varphi_1, \nabla) = Q_J - \frac{\partial\chi}{\partial t} + \frac{1}{2m}[2(\operatorname{grad}\varphi_1 . \operatorname{grad}\chi) - (\operatorname{grad}\chi)^2].$$

Avec ce changement de fonction, l'équation (12) prend la forme (12_1) obtenue en y remplaçant $\varphi + \chi$ par φ_1. Ainsi au lieu des équations (4) et (12), nous avons (4_1) et (12_1) qui ne diffèrent de (4) et (12) que par la substitution de φ_1 à φ, de $Q_{J,1}$ à Q_J, et par la suppression du terme en χ. Ce résultat étant obtenu, nous pouvons dans ce qui suit omettre d'écrire les indices 1 pour simplifier l'écriture et annuler le terme χ sans restreindre la généralité. Alors *l'équation* (6) *s'interprète encore comme une équation de continuité avec sources, et l'équation* (4) *cette fois s'interprète comme l'équation d'évolution du potentiel des vitesses : ce potentiel des vitesses est égal à* $-\frac{1}{m}\varphi_1$; l'équation (4) prend ainsi une signification hydrodynamique simple. La première interprétation classique nous conduisait à représenter un corpuscule par un point matériel en mouvement dans un champ sur lequel il réagit; cette seconde interprétation nous conduit à représenter un corpuscule par du fluide; cette fois le corpuscule apparaît comme étendu, occupant un volume étendu avec la densité f^2; dans cette représentation, les équations (4) et (6) prennent une signification classique immédiate, tandis que dans l'interprétation ponctuelle il faut faire intervenir un champ d'une espèce qu'on ne rencontre pas en Physique classique. Dans cette interprétation hydrodynamique du corpuscule, le point $M(t)$ de l'interprétation ponctuelle apparaît comme un point singulier de la densité $\rho(P, t)$ si elle en a un, sinon comme un point moyen.

6. **Propriétés du fluide associé à l'onde** u. — 1° La *densité* du fluide est donnée par la relation (10);

2° La *vitesse* d'un élément du fluide est donnée par (13) dans laquelle on peut supprimer le terme χ, soit

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{m}\operatorname{grad}\varphi + \vec{\Xi}(f, \varphi, \nabla); \quad (13_1)$$

3° Ce fluide obéit à une équation de continuité avec sources (12_1);

4° Le potentiel des vitesses obéit à l'équation (4);

5° Le mouvement n'est pas permanent en général, car il faudrait pour cela que **v**, ρ, et la pression p soient indépendants du temps, ce qui n'a lieu que dans des cas particuliers;

6° Pour une fonction F quelconque on a

$$\frac{dF}{dt} = \mathbf{v}.\operatorname{grad} F + \frac{\partial F}{\partial t},$$

d'autre part

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} = (\operatorname{grad} \rho).\mathbf{v} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v},$$

d'où

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = \sigma(f, \varphi, \nabla), \tag{14}$$

donc en général $\frac{d\rho}{dt}$ n'est pas nul, et *le fluide est compressible*;

7° De l'équation (14) on tire immédiatement l'expression du *coefficient de dilatation* $-\frac{d\rho}{\rho\, dt}$;

8° On peut écrire pour le fluide les équations de l'hydrodynamique en variables d'Euler :

$$(\mathbf{v}.\nabla).\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p, \tag{15}$$

où p désigne la pression.

7. **Caractère irrotationnel du mouvement du fluide associé.** — Dans la théorie de la double solution, ce qui a une signification directement physique c'est l'onde u; l'interprétation des équations réelles (4) et (6), soit par la Mécanique ponctuelle, soit par la Mécanique des fluide ne constitue qu'une dérivation formelle destinée à faciliter une saisie intuitive de la théorie. Il faut donc que dans l'image hydrodynamique toutes les fonctions qui apparaissent soient définissables à partir de f et φ par des opérations analytiques. Mais nous n'avons jusqu'à maintenant que deux équations : équation de continuité et équation pour le potentiel des vitesses; dans l'équation (12) il figure des termes qui ne sont pas univoquement définis; dans le membre de gauche se trouve le vecteur $\vec{\Xi}$, dans le membre de droite le terme de sources σ; ces deux termes ne sont pas univoquement définis ici; en effet si nous ajoutons à $\vec{\Xi}_1$ un autre terme $\vec{\Xi}$, l'équation (12) est encore vérifiée en ajoutant au second membre à σ la quantité

$$-\frac{1}{m} \operatorname{div}\left[f^2 \vec{\Xi}_1(f, \varphi, \nabla)\right];$$

on peut donc au choix interpréter une quantité comme faisant partie de l'expression de la vitesse ou comme faisant partie de l'expression du terme de sources. Cette indétermination ne nous permet pas de faire disparaître le terme de sources car en général il ne s'exprime pas par une divergence, par contre nous pouvons faire disparaître le terme en Ξ en posant $\Xi_1 = -\Xi$, et nous aurons alors un nouveau second membre :

$$\sigma_1(f, \varphi, \nabla) = \sigma(f, \varphi, \nabla) + \frac{1}{m} \operatorname{div}\left[f^2 \vec{\Xi}(f, \varphi, \nabla)\right].$$

De cette façon dans l'équation (12) *la vitesse apparaît toute entière comme dérivant d'un potentiel*; ainsi on peut convenir que *le mouvement du fluide associé à l'onde u est irrotationnel.* Ainsi de même qu'on a pu faire disparaître la fonction χ on peut faire disparaître le vecteur $\vec{\Xi}$ de toutes les expressions. Sous cette condition, le terme de source est univoquement déterminé.

Dans ces conditions, l'équation (13_1) est à remplacer par

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{m} \operatorname{grad} \varphi, \tag{13_0}$$

la fonction φ a alors une interprétation immédiate : $-\frac{1}{m}\varphi$ *est le potentiel des vitesses du fluide associé à l'onde u.*

8. **Fluide de Lagrange.** — Il y a une fonction que nous avons fait intervenir et qui reste arbitraire : c'est la pression qui s'est introduite dans l'équation d'Euler (15); pour le moment la pression n'est rattachée d'aucune façon à la fonction u et nous pouvons la lier à u d'une manière qui est complètement arbitraire. Pour que nous nous trouvions dans le cas étudié par Lagrange, il est opportun de poser que cette pression est une fonction de la densité, c'est-à-dire de f, soit

$$p = g(\rho) = g(f^2). \tag{16}$$

Dans ces conditions, si la force **F** dérive d'une fonction de force ou potentiel des accélérations U, nous pouvons intégrer l'équation (15); car après, une transformation bien connue, tous les éléments de l'équation (15) apparaissent sous le signe gradient, compte tenu de (13_0), et nous obtenons

$$\frac{1}{2m^2}(\operatorname{grad}\varphi)^2 - \frac{1}{m}\frac{\partial \varphi}{\partial t} - U + \int \frac{dp}{\rho} = 0. \tag{17}$$

Cette équation peut être identifiée à l'équation (4) où Q_J est indépendant de φ, en posant d'après (9),

$$V_{tot} = -U + \int \frac{dp}{\rho}.$$

Cette fois *l'équation* (4) *prend une interprétation hydrodynamique immédiate : c'est l'équation hydrodynamique d'un fluide de Lagrange.* Cette équation se

complète par une équation de continuité (6) et une équation d'état (16). Ainsi *à l'onde u on peut associer un fluide irrotationnel du cas de Lagrange qui obéit aux équations classiques de l'hydrodynamique.* Inversement à un fluide de Lagrange on peut associer une onde u par

$$u = \sqrt{\rho}\, e^{ik\varphi}$$

et obtenir l'équation (1').

Ceci permet de représenter un corpuscule par un fluide satisfaisant aux conditions précédentes; il s'étend autour de la singularité $M(t)$ selon la densité $\rho = f^2$. Ce fluide est complètement indépendant du fluide de probabilité de la Mécanique ondulatoire; il décrit un phénomène physique, l'onde u, et non pas l'état de nos connaissances comme le fait le fluide de probabilité.

9. **Conséquences pour l'équation d'ondes.** — Les considérations précédentes nous conduisent à préciser la forme du terme non linéaire de l'équation d'onde (1'); d'après les formules (8), (11), (13_0), nous avons

$$Q(u) = u Q_J(f, \varphi, \nabla) + \frac{i\hbar}{2\,|u|^2}\sigma(f, \varphi, \nabla). \quad (18)$$

Mais pour que l'on ait d'une part l'interprétation de l'équation (4) comme une équation de Jacobi et, d'autre part, l'interprétation de cette équation (4) comme équation hydrodynamique d'un fluide de Lagrange, il est nécessaire que le terme Q_J ne dépende pas de φ ni de ses dérivées. Il semble bien que cette double interprétation doive être maintenue; ceci nous conduit alors à admettre un postulat sur les termes non linéaires :

Postulat. — *Le terme Q_J ne dépend que de la fonction f et de ses dérivées, soit*

$$Q_J = Q_{J,0}(f, \nabla).$$

C'est là un postulat qui vient s'ajouter à ceux de la théorie de la double solution; le seul que nous ayons eu à faire intervenir dans ce travail est le suivant : *un corpuscule est caractérisé par une fonction complexe u (P, t) qui obéit à l'équation d'onde non-linéaire* (1') *et à des conditions aux limites.*

La non-linéarité se traduit donc finalement par un terme « potentiel complémentaire » indépendant de la phase φ et par un terme de « sources et puits » qui est quelconque. Ainsi la double représentation classique de l'onde u, ponctuelle et hydrodynamique conduit à une seule condition sur le terme non-linéaire $Q(u, \nabla)$ de l'équation d'onde (1'), condition exprimée par le postulat précédent. Il semble que les deux représentations n'ont pas seulement une signification formelle mais que ces représentations ont une certaine importance physique; M. Louis de Broglie a assez insisté sur l'interprétation ponctuelle du corpuscule comme singularité de l'onde u pour qu'il soit superflu d'y revenir, mais il semble que la représentation du corpuscule par un fluide qui s'étend autour de la singularité ait une importance au moins égale.

A l'onde u, M. Louis de Broglie a imposé d'autres conditions qui vont se traduire par de nouvelles conditions à imposer aux termes Q_J et σ; il faudra montrer que ces conditions sont compatibles avec celles qui ont été imposées ici; c'est ce que nous ferons dans un prochain travail dans lequel nous aurons à utiliser la représentation hydrodynamique construite ici.

Manuscrit reçu le 10 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] de Broglie L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1926, **183**, 447; 1927, **184**, 273; 1927, **185**, 380; *J. Physique Rad.*, 1927, **7**, 235; La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Gauthier-Villars, Paris, 1953.

[2] de Broglie L. — Cours oral, Faculté des Sciences, 1953-1954.

SUR LA COMPATIBILITE DE CERTAINES HYPOTHÈSES DE LA THÉORIE DE LA DOUBLE SOLUTION DE M. LOUIS DE BROGLIE

Par JEAN-LOUIS DESTOUCHES,
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — Dans la théorie de la double solution un corpuscule est représenté par une onde physique u qui obéit à une équation non-linéaire et qui présente une singularité. M. Louis de Broglie a admis, en outre, qu'un train d'ondes u dans l'espace ne devait pas s'étaler indéfiniment comme dans le cas linéaire, et que l'onde u devait se régénérer après un passage à travers un miroir semi-réfléchissant. On n'est pas du tout assuré que de telles conditions sont compatibles entre elles. Ici on établit la compatibilité de certaines de ces conditions.

1. Conditions fondamentales. — M. Louis de Broglie dans sa théorie de la double solution [1] a admis qu'un corpuscule est représenté par une onde u présentant une singularité, soit

$$M(t) = \operatorname{sing} u(P, t) \qquad (1)$$

et que cette onde u obéit à une équation non-linéaire; d'après le résultat obtenu dans un article précédent [2] à l'approximation non-relativiste, cette équation a la forme :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V - Q_J(|u|, \nabla)\right]u + i\hbar\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2|u|^2}\sigma(u, \nabla). \qquad (2)$$

En outre la fonction $u(P, t)$ satisfait à des conditions aux limites : elle doit être nulle sur les surfaces limitant les domaines que l'onde u ne peut franchir, par exemple parois d'appareils.

A ces conditions, M. Louis de Broglie [3] a estimé nécessaire d'en ajouter d'autres qui sont en somme des conditions à imposer aux termes non-linéaires Q_J et σ qu'aucune condition jusqu'ici n'est venue préciser. On peut approximativement les énoncer de la façon suivante :

1° En dehors d'une sphère de rayon r_0 centrée à la singularité $M(t)$ et à l'intérieur d'une sphère de rayon r_1, on a sensiblement

$$u = u_0 + v,$$

où u_0 et v sont des solutions de l'équation d'ondes linéaire

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V\right]u + i\hbar\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

qui se déduit de l'équation fondamentale (2) en annulant les termes non-linéaires. De plus, u_0 est une solution présentant une singularité au point $M(t)$ $\left(\text{par exemple de la forme } \frac{f(r)}{r} \text{ en posant } r = |\overrightarrow{MP}|\right)$, tandis que v est une solution partout régulière (par suite solution proportionnelle à une fonction ψ de la Mécanique ondulatoire).

2° A l'extérieur d'une sphère de rayon r_2, avec $r_2 > r_1 \geqslant r_0$, on a sensiblement $|u| = 0$. Pour fixer un ordre de grandeur, on peut dire que r_0 est de l'ordre de 10^{-12} à 10^{-13} cm, tandis que r_1 est de l'ordre de quelques mètres et r_2 de l'ordre de 10 m.

Si l'équation exacte (2) était l'équation linéaire (3), $u_0 + v$ serait solution exacte et v serait arbitraire pour u_0 fixé (à une solution d'une équation linéaire on peut toujours ajouter une solution arbitraire pour former une nouvelle solution); la présence des termes non-linéaires dans (2) fait que pour u_0 fixé il y a une solution v unique telle que $u_0 + v$ s'approche le plus possible d'une solution u de l'équation (2) dans le domaine compris entre les sphères de rayon r_0 et r_1.

3° Dans le cas où le potentiel V est nul, soit D_0 un domaine tel qu'à l'intérieur $|u(t_0)|$ est sensiblement non-nul tandis qu'à l'extérieur $|u(t_0)|$ est à peu près nul; soit $D(t)$ un domaine tel qu'à l'intérieur $|u(t)|$ soit sensiblement non-nul tandis qu'à l'extérieur $|u(t)|$ est à peu près nul. Alors *si le temps t croît indéfiniment, le domaine $D(t)$ tend vers une limite $D_1(t)$ qui se translate comme la singularité $M(t)$, sans étalement* (condition de limitation à l'étalement des trains d'ondes). Si l'on adopte l'image hydrodynamique que nous avons définie [2], cette condition revient à dire qu'il y a une limitation sur les bords pour l'étalement du globule fluide, limitation due aux termes non-linéaires. Cette limitation a lieu en particulier pour des ondes émises par une source ponctuelle, alors que dans les théories linéaires une telle onde s'étale indéfiniment (onde sphérique divergente).

4° Soit une surface S séparant l'espace en deux régions telles que dans l'une $V = a$ et dans l'autre $V = b$ (a, b étant des constantes et $a \neq b$), il doit y avoir des solutions réfléchies u_R et des solutions transmises u_T; pour les solutions u_R, la singularité ne traverse pas la surface S et reste dans le domaine où elle était primitivement; pour les solutions u_T, la singularité traverse la surface S et change de région.

On peut alors poser :

$$u_R = u_{RR}(P, t) + v_R(P, t), \qquad u_T = u_{TT}(P, t) + v_T(P, t),$$

u_{RR} étant nul dans la région où la singularité ne pénètre pas, et v_R étant nul dans la région où se trouve la singularité. De même, une fois que la singularité a franchi la surface S, on a $u_{TT} = 0$ dans la région initiale pour la singularité et $v_T = 0$ dans la région où se trouve finalement la singularité. (Une telle décomposition des fonctions u_R et u_T en deux parties est évidemment toujours possible.) On pose alors les conditions suivantes : *si le temps t augmente indéfiniment, une fonction* $u_{RR}(P, t)$ *tend vers une fonction* $u_1(P, t)$ *et une fonction* $u_{TT}(P, t)$ *tend vers une fonction* $u_2(P, t)$, où u_1 est une solution de l'équation (3) dans laquelle $V = a$ partout, et u_2 une solution de l'équation (3) dans laquelle $V = b$ partout. C'est là une « condition d'oubli » (le corpuscule ne doit pas garder de traces des avatars qu'il a subi).

5° Parmi les solutions de l'équation (3), *il y a des solutions monochromatiques telles que*

$$\varphi = Et - \varphi_1(P)$$

(solutions linéaires en t, en particulier cas de quantification) si

$$u = f\, e^{ik\varphi} \qquad (\text{avec } k\hbar = 1).$$

6° Dans le cas où $V = 0$, *il y a des solutions monochromatiques ou la phase est linéaire* par rapport aux coordonnées du point P :

$$\varphi = Et - \mathbf{p}.\overrightarrow{OP},$$

où $\mathbf{p}$ est un vecteur constant.

2. **Origine de ces conditions**. — La première question qui se pose concernant la théorie de la double solution présentée sous cet aspect est la suivante : les conditions qu'on impose ainsi sont-elles compatibles entre elles ?

Dans le cas où l'on aurait une réponse positive à cette question, on doit regarder les conditions qu'on a ainsi imposées aux solutions de l'équation (3) comme des conditions imposées aux termes non-linéaires Q_J et σ qui ne sont pas encore connus. Jusqu'ici, en dehors du fait que dans [2] nous avons été conduit à dire que Q_J ne devait pas dépendre de φ ni de ses dérivées, nous n'avons aucune autre condition imposée à ces termes Q_J et σ que les conditions que nous venons d'énoncer ; ce sont toutes des conditions de raccordement ou des conditions asymptotiques. A première vue, de telles conditions ne peuvent suffire à déterminer univoquement les termes Q_J et σ dans le cas où les conditions seraient compatibles et où il y aurait au moins une solution. Une seconde question se pose alors : quelles sont les formes des termes Q_J et σ qui satisfont aux conditions énoncées plus haut dans le cas où elles seraient compatibles ?

Il est très difficile de répondre d'une manière complète à ces deux questions et nous devons pour le moment nous limiter à des résultats partiels. Mais tout d'abord nous devons indiquer les raisons physiques qui conduisent à imposer ces six conditions :

1° La condition 1° en ce qui concerne l'extérieur de la sphère de rayon r_0 est imposée par la condition de raccordement à la Mécanique ondulatoire usuelle : dès qu'on s'écarte d'un domaine de l'ordre du rayon classique d'un corpuscule (rayon de l'électron, ou rayon d'un noyau), la Mécanique ondulatoire usuelle est adéquate, par suite dans un tel domaine l'équation linéaire est pratiquement suffisante.

2° La « formule du guidage » de M. Louis de Broglie, formule fondamentale de la théorie, n'est valable que parce qu'à l'extérieur de la sphère de rayon r_0 on a pratiquement $u = u_0 + v$; ceci souligne l'importance de la condition 1° vis-à-vis de la sphère de rayon r_0. Quand on s'écarte suffisamment de cette sphère, la fonction u_0 tend rapidement vers zéro et v devient prépondérante devant u_0; à l'intérieur de la sphère de rayon r_0, les termes non-linéaires ne peuvent plus être négligés.

3° La condition 2° se rattache à la formule du guidage : si l'on considère un corpuscule émis par une source très éloignée, selon la théorie linéaire son onde sera une onde sphérique divergente dont l'amplitude diminuera sans cesse tout en continuant à guider le corpuscule ; or, comme l'a fait remarquer M. Francis Perrin, il n'est pas admissible physiquement qu'une quantité infiniment petite continue à exercer une action finie ; mathématiquement il n'y a pas de difficulté car la quantité qui « guide » le corpuscule est $\frac{\Delta f}{f}$ qui demeure finie bien que f devienne infiniment petit à des distances infiniment grandes de la source, mais ce qui a une signification physique directe c'est l'onde u et, par suite, son amplitude f. C'est pourquoi il a paru nécessaire à M. Louis de Broglie d'imposer à l'onde u une limitation à son étalement ; ceci peut être réalisé par les termes non-linéaires qui font sentir leur effet sur les bords du train d'onde. De là la condition 2° fixant qu'à l'extérieur d'une sphère de rayon r_2 l'amplitude de l'onde u est pratiquement nulle ; le rayon de cette sphère centrée à la singularité $M(t)$ est fixé par la borne supérieure de la différence de parcours des faisceaux permettant d'obtenir des interférences dans un dispositif expérimental convenable (ceci fixe une appréciation de l'étendue des trains d'ondes et r_2 doit donner une sphère contenant tout train d'onde).

4° Dans la région intermédiaire entre les sphères de rayons r_1 et r_2 (région des bords du train d'ondes), les termes non-linéaires ne peuvent pas être négligés,

car ce sont eux qui provoquent le non-étalement du train d'ondes; d'où la seconde partie de la condition 1° faisant intervenir la sphère de rayon r_1.

5° La condition 3° est une précision apportée à la condition 2° dans le cas où $V = 0$: un corpuscule qui se propage sans être soumis à des champs de forces possède une onde u associée telle que l'étendue du train d'onde est limitée et la forme du train d'onde tend vers une forme limite qui se translate avec la singularité $M(t)$. Cette condition résulte du fait qu'on produit les mêmes phénomènes d'interférence et de diffraction avec des corpuscules venant d'être produits par des sources proches ou avec des corpuscules provenant des étoiles; comme les corpuscules sont caractérisés en entier par leur onde u (onde physique), il faut que cette onde soit à peu près la même que le corpuscule provienne d'une source proche ou lointaine, d'où la nécessité pour l'onde u de tendre vers une forme limite.

6° Lorsqu'un corpuscule va tomber sur un miroir partiellement réfléchissant, son onde u va se trouver partagée entre deux faisceaux dont l'un contiendra la singularité et l'autre pas. L'onde u accompagnant le corpuscule ne sera plus la même après le miroir qu'avant puisqu'une partie de cette onde est passée dans l'autre faisceau. Si l'on fait subir à un corpuscule la traversée ou la réflexion d'un grand nombre de miroirs, il aura perdu progressivement son onde; comme c'est l'onde u qui caractérise le corpuscule et provoque les phénomènes observables, on devrait obtenir des différences dans les effets produits par un corpuscule venant d'être émis par une source et par un corpuscule qui a subi la traversée d'un grand nombre d'obstacles (miroirs, réfractions, etc.). Or on observe les mêmes phénomènes avec des faisceaux de corpuscules qui viennent d'être émis par une source ou avec des faisceaux qui ont subi de nombreuses réflexions ou transmissions partielles. D'autre part, il est contraire à toutes les connaissances physiques acquises jusqu'à maintenant que des processus héréditaires se manifestent concernant les particules élémentaires; ce n'est que pour des systèmes complexes que des processus héréditaires interviennent (hystérésis par exemple). Donc il est plus naturel d'écarter une répercussion héréditaire des influences subies par un corpuscule et, au contraire, de supposer que l'onde u se régénère quand des parties de l'onde u se trouvent séparées de la partie contenant la singularité. Ce processus serait un peu analogue à celui du sillage d'un bateau automoteur traversant un lac séparé en deux parties par une digue percée d'un pertuis; une fois le pertuis franchi, le sillage se régénère dans la seconde partie du lac, tandis qu'un reste du sillage continue à demeurer dans la première partie du lac. De ces considérations résulte la condition 4° et la présence d'un terme de sources dans l'équation fondamentale (2).

7° Le « principe d'égalité des phases » qui est à la base de la théorie de la double solution nous conduit à poser que dans le cas où en Mécanique ondulatoire usuelle on aurait une fonction d'onde ψ avec une phase de la forme $Et - \varphi_1(P)$, on a encore une phase de même forme pour l'onde u, et une telle forme doit subsister si l'on tient compte des termes non-linéaires de l'équation en u, car ceux-ci sont indépendants du temps, d'où la condition 5°; ceci a lieu en particulier quand le dispositif expérimental dans lequel se trouve le corpuscule permet de mesurer l'énergie du corpuscule.

8° En particulier dans le cas où $V = 0$ (absence de forces classiques), les ondes ψ monochromatiques de la Mécanique ondulatoire ont une phase linéaire, soit

$$\varphi = Et - p_x x - p_y y - p_z z = Et - \mathbf{a}.\overrightarrow{OP}. \qquad (4)$$

Dans ce cas la phase de l'onde u à l'approximation linéaire doit encore avoir cette forme, et ceci peut être maintenu encore si l'on tient compte des termes non-linéaires, d'où la condition 6°.

Finalement il semble donc bien que l'on doive imposer les conditions 1° à 6° aux ondes physiques u de la théorie de la double solution.

3. **Compatibilité des conditions en l'absence de potentiel.** — Il nous faut maintenant examiner si les conditions 1° à 6° sont compatibles entre elles et avec l'équation (2). Examinons tout d'abord le cas où le potentiel V est nul; dans ce cas nous avons à tenir compte des conditions 1°, 2°, 3°, 5° et 6°; seule la condition 4° est à laisser de côté.

Supposons d'abord la condition 6° remplie, c'est-à-dire que notre onde u a sa phase qui est de la forme (4), phase linéaire; nous pouvons bien poser

$$u(P, t) = f(P, T)\, e^{ik\varphi(P, t)} \qquad \left(k = \frac{1}{\hbar}\right), \qquad (5)$$

où φ est donné par la formule (4) si nous tenons compte seulement de la condition 6°; alors la condition 5° est par cela même remplie. Montrons d'abord que pour un choix convenable des termes Q_J et σ il peut y avoir des solutions de cette forme, ces termes étant non-nuls; si ces termes sont nuls, il y a évidemment des solutions à phase linéaire comme cela résulte de l'équation de la Mécanique ondulatoire usuelle. Pour discuter ce point, dans l'équation (2) séparons partie réelle et partie imaginaire après avoir donné à u la forme (5) mettant en évidence le module et l'argument; nous obtenons d'après [3] :

$$\frac{1}{2m}(\operatorname{grad}\varphi)^2 + V - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta f}{f} - Q_J(f, \nabla) - \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0, \qquad (6)$$

$$-\frac{1}{2m}(f\Delta\varphi + 2\operatorname{grad} f.\operatorname{grad}\varphi) + \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2f}\sigma(f, \varphi, \nabla). \qquad (7)$$

Portons dans ces équations l'expression de φ donnée par (4); pour simplifier l'écriture choisissons l'axe Ox dirigé le long du vecteur fixe $\mathbf{a}$; nous obtenons ainsi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta f}{f} - Q_J(f, \nabla) = E - \frac{1}{2m}p^2, \tag{8}$$

$$\frac{1}{m}p\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2\hbar f}\sigma(f, p, \nabla). \tag{9}$$

Les conditions 5° et 6° seront remplies si nous trouvons une solution f aux équations (8) et (9). L'équation (9) apparaît comme une équation d'évolution tandis que (8) est une équation de condition qui doit être vérifiée à tout instant. Pour que les conditions 1° et 2° soient remplies, il faudra en outre que cette solution f satisfasse à ces conditions.

La condition 3° nous conduit à diviser en deux parties la recherche de la compatibilité : nous devrons d'abord trouver une solution limite f_1 correspondant au domaine $D_1(t)$ et qui se translate au cours du temps; ensuite il faudra montrer que toute solution f tend vers f_1 quand le temps croît indéfiniment.

4. **Recherche d'une solution limite.** — Pour une solution limite, la densité du fluide associé [3] doit se translater comme la singularité $M(t)$; la fonction f doit donc se translater comme la singularité; on aura donc quels que soient t et Δt :

$$f\left(\overrightarrow{OP}, t\right) = f\left(\overrightarrow{OP} + \mathbf{v}_M \Delta t, t + \Delta t\right), \tag{10}$$

alors pour la différentielle totale on aura

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}v_M\, dt + \frac{\partial f}{\partial t} = 0, \tag{11}$$

car d'après la formule du guidage de M. Louis de Broglie on a

$$\mathbf{v}_M = -\frac{1}{m}(\operatorname{grad}\varphi)_M, \tag{12}$$

ce qui ici donne $\mathbf{v}_M = \frac{1}{m}a$, donc $\mathbf{v}_M$ est dirigé suivant Ox avec pour valeur $v_M = \frac{p}{m}$.

Portons la condition (11) dans l'équation (9) en désignant par f_1 la solution limite cherchée; il vient :

$$\sigma(f_1, p, \nabla) = 0. \tag{13}$$

Cette condition est naturelle, car une solution limite qui se translate demeure intrinsèquement la même, il ne doit pas y avoir de terme de sources. Jusqu'à maintenant nous n'avons imposé aucune condition au terme de sources σ, nous pouvons lui imposer au moins une condition, la condition (13). Il nous reste à satisfaire à l'équation (8); c'est une équation en f_1 dans laquelle le terme Q_J est jusqu'à maintenant arbitraire. E et p sont des constantes données; on peut choisir le terme $Q_J(f_1, \Delta)$ tel que l'équation (8) soit satisfaite par la fonction f_1.

En effet, la fonction f_1 est assujettie aux conditions 1° et 2° qui fixent de quelle façon elle dépend du point P; en particulier on peut avoir une solution à symétrie sphérique $f_1(r)$ et les conditions 1° et 2° fixent de quelle manière $f_1(r)$ dépend de r, c'est-à-dire qu'elles fixent l'allure de la fonction $f(r)$ $\left(\text{en posant } r = \left|\overrightarrow{MP}\right|\right)$. La condition 3° est remplie par le fait que f_1 est une solution limite et les conditions 5° et 6° sont déjà remplies. En somme, la fonction $f_1(P, t)$ est définie par la condition de translation et les conditions 1° et 2°; ces trois conditions sont évidemment compatibles : $f_1(P, t)$ est sensiblement égale à $|u_0(P, t) + v(P, t)|$ entre les sphères de rayon r_0 et r_1, on peut lui imposer d'être infiniment grande au point $M(t)$, et d'être très petite à l'extérieur de la sphère de rayon r_2 [sphères centrées en $M(t)$]; la condition de translation fixe l'évolution de $f_1(P, t)$ au cours du temps. Ainsi on peut se fixer une fonction $f_1(r)$ satisfaisant aux conditions 1°, 2° et 3°; en prenant des axes fixes au lieu d'axes en translation liés à $M(t)$, on en tire une fonction $f_1(P, t)$. Cette fonction doit encore satisfaire à tout instant à l'équation (8); or il existe toujours une équation différentielle à laquelle satisfait une fonction donnée finie et continue partout sauf en un point $M(t)$. Il suffit alors que $Q_J(f_1, \nabla)$ soit choisi de telle façon que l'équation (8) soit l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction f_1 pour que toutes nos conditions soient remplies, d'où :

THÉORÈME 1. — *Dans le cas où $V = 0$, il existe des solutions de l'équation* (2) *pour lesquelles la phase est linéaire* (*solutions monochromatiques*) *et le module est une solution limite assujettie à la condition de translation qui sont telles que les conditions 1° à 6° sont toutes remplies en choisissant convenablement les termes Q_J et σ : on choisit σ de telle façon que l'équation* (13) *soit remplie et Q_J est choisie de façon que l'équation* (8) *soit une équation à laquelle la fonction f_1 satisfait. Dans ce cas, il y a donc compatibilité de toutes les conditions imposées à la fonction d'onde $u(P, t)$.*

Nous obtenons ainsi un premier théorème de compatibilité; il permet de répondre à la question de trouver une solution f_1 pour laquelle le train d'onde ne s'étend pas indéfiniment.

5. **Comportement d'une solution quelconque.** — Pour montrer qu'une solution monochromatique quelconque ne s'étend pas indéfiniment, il faut montrer qu'elle tend vers une solution limite f_1. Il y aura compatibilité des conditions imposées si nous pouvons trouver des termes Q_J et σ tels qu'une solution f satisfaisant aux conditions 1° à 6° tend vers une solution limite f_1.

Supposons la phase φ linéaire donnée; les conditions 5° et 6° sont alors remplies. Si lorsque le temps

augmente indéfiniment une solution f tend nécessairement vers une solution limite f_1, la condition 3° sera remplie; à ce moment les conditions 1° et 2° seront remplies; si, en outre, la solution f initialement satisfait aux conditions 1° et 2°, elle ne peut pratiquement pas s'en écarter si elle tend vers une solution limite f_1 qui, elle, satisfait déjà à ces conditions. Le problème se ramène donc à prouver qu'on peut trouver Q_J et σ tels que toute solution f tend vers une solution limite f_1.

La solution f cherchée devra satisfaire aux équations (8) et (9); mais la solution limite f_1 satisfait déjà à ces équations ainsi qu'à (13). Ecrivons alors les équations correspondantes pour

$$g = f - f_1.$$

Nous obtenons :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta g - \left(E_1 - \frac{1}{2m}p^2\right)g$$
$$= (g + f_1)\, Q_J(g + f_1, \nabla) - f_1\, Q_J(f_1, \nabla), \qquad (14)$$

$$\frac{1}{m}p\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial t} = \frac{1}{2(g + f_1)}\sigma(g + f_1, p, \nabla). \qquad (15)$$

Dans ces équations f_1 est donné et g devient la fonction inconnue.

Pour simplifier l'écriture, donnons la forme symbolique suivante aux deux équations précédentes :

$$\mathfrak{B}g = 0, \qquad (14')$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \mathfrak{A}g, \qquad (15')$$

où $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ désignent des transformations fonctionnelles non-linéaires dont la forme explicite est fixée par les équations (14) et (15). La fonction f tendra vers f_1 quand le temps croît indéfiniment si g tend nécessairement vers zéro dans ces conditions. Soit g_0 la valeur de g à l'instant initial t_0 [on a $g_0 = f(t_0) - f_1(t_0)$, avec $f(t_0)$ et $f_1(t_0)$ qui satisfont aux conditions 1° et 2°], nous pouvons considérer g comme le transformé de g_0 au cours du temps, soit :

$$g(t) = \mathfrak{U}(t, t_0)g_0, \qquad (16)$$

où $\mathfrak{U}$ est une transformation fonctionnelle non-linéaire.

En vertu d'une condition générale sur les théories physiques [4], les fonctions u appartiennent à un espace fonctionnel séparable. Il en résulte que l'ensemble des fonctions g constitue lui aussi un espace fonctionnel séparable que nous désignerons par $(\mathcal{E}_g)$. Les transformations $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{U}$ sont des transformations dans cet espace. L'opérateur $\mathfrak{U}$ est défini à partir de $\mathfrak{A}$ par l'équation opératorielle (17) qui résulte de (15') :

$$\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial t} = \mathfrak{A}\mathfrak{U}. \qquad (17)$$

On peut démontrer que l'expression formelle de l'opérateur $\mathfrak{U}$ au moyen de $\mathfrak{A}$ est

$$\mathfrak{U}(t, t_0) = e^{\mathfrak{A}(t-t_0)} = \sum_n \frac{1}{n!}\mathfrak{A}^n(t - t_0)^n \qquad (18)$$

et que cet opérateur appartient bien à l'espace $(\mathcal{E}_g)$.

La fonction f tendra nécessairement vers f_1 si l'on démontre que pour tout élément opéré g_0, $g(t)$ tend vers zéro, c'est-à-dire que $\mathfrak{U}(t, t_0)$ tend vers zéro quand t tend vers l'infini. Il est aisé de montrer qu'il existe des opérateurs $\mathfrak{A}$ tels que

$$\lim_{t \to \infty} \{ e^{\mathfrak{A}(t-t_0)} \} = 0. \qquad (19)$$

De cette façon on a une fonction g, d'où une fonction f, qui satisfait à l'équation (15) et qui tend vers la limite imposée. Mais il faut que g satisfasse aussi à l'équation de condition (14). Dans l'espace $(\mathcal{E}_g)$, désignons par E_B l'ensemble des fonctions g_0 qui satisfont à (14) et définissons un opérateur $\mathfrak{C}_B$ par les conditions suivantes :

$$\mathfrak{C}_B g = \begin{cases} 0 & \text{pour } g \in \mathcal{E}_g - E_B, \\ 1 & \text{pour } g \in E_B. \end{cases}$$

Alors si nous trouvons un opérateur $\mathfrak{A}$ tel que

$$\mathfrak{A}\mathfrak{C} = \mathfrak{C}\mathfrak{A}\mathfrak{C}, \qquad (20)$$

il en résulte que

$$\mathfrak{U}\mathfrak{C} = \mathfrak{C}\, e^{\mathfrak{A}\mathfrak{C}(t-t_0)}$$

et si l'on pose

$$g(t) = \mathfrak{U}(t, t_0)g_0, \qquad \text{avec} \quad g_0 \in E_B,$$

comme $g_0 = \mathfrak{C}g_0$ alors $g(t)$ satisfait à la fois aux équations (14) et (15). Le problème se réduit donc à montrer qu'il existe des transformations $\mathfrak{A}$ satisfaisant à la fois à (19) et à (20); or nous pouvons trouver un tel opérateur; en effet dans l'espace $(\mathcal{E}_g)$ on peut trouver un opérateur $\mathfrak{A}$ qui satisfasse à (19) et qui soit tel qu'il existe un ensemble E non vide et qui soit un vrai sous-ensemble de $(\mathcal{E}_g)$ tel qu'un élément de E est transformé en un élément de E (transformation intransitive). Nous adopterons un tel opérateur comme opérateur $\mathfrak{A}$, puis nous choisirons comme transformation $\mathfrak{B}$ une transformation telle que $E_B = E$, car $\mathfrak{B}$ est arbitraire; de là nous tirons l'expression de Q_J et de σ et nous obtenons une fonction f qui satisfait aux conditions 1° à 6° imposées et qui tend vers f_1 à la longue, d'où ce second théorème de compatibilité :

THÉORÈME 2. — *Dans le cas où $V = 0$, toute solution à phase linéaire (solution monochromatique) a un module f qui tend vers une solution limite f_1 si les termes Q_J et σ sont convenablement choisis et l'on peut faire un tel choix. Avec ce choix, les trains d'ondes ne s'étendent pas indéfiniment et les conditions 1° à 6° imposées sont compatibles avec l'équation d'ondes* (2).

6. **Expression des termes non-linéaires.** — Les résultats des paragraphes précédents nous fixent la forme générale à laquelle se réduisent les termes non-linéaires dans le cas d'ondes u monochromatiques planes. En effet on aura, d'après les équations (14), (15), (14′), (15′), comme expression de Q_J et σ au moyen de la fonction limite correspondante $f_{1,E,p}$:

$$Q_J(f, \nabla) = \frac{1}{f}\Big[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta(f-f_1) - \Big(E - \frac{1}{2m}p^2\Big)(f-f_1) + f_1 Q_J(f_1, \nabla) - \mathfrak{B}_{f_1; E,p}(f-f_1)\Big], \quad (21)$$

$$\sigma(f,\ p,\ \nabla) = 2f\Big[\frac{1}{m}\mathbf{p}\,\mathrm{grad}(f-f_1) + \mathfrak{A}_{f_1; E,p}(f-f_1)\Big]. \quad (22)$$

Dans ces expressions, f_1 est la fonction limite donnée; l'expression $Q_J(f_1, \nabla)$ a été choisie de telle manière que l'équation (8) soit satisfaite par f_1; $\mathfrak{A}$ est un opérateur satisfaisant à (19), non-linéaire et tel qu'il existe un ensemble E qui est transformé par $\mathfrak{A}$ en un ensemble inclu dans E (avec E non-vide et différent de $\mathcal{E}_g$); $\mathfrak{B}$ est un opérateur non-linéaire qui transforme tout élément de E en une fonction (mais on n'a pas établi que $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ pouvaient être exprimés à partir de ∇).

7. **Cas d'un potentiel** V. — Dans le cas d'un potentiel V non nul, d'après la condition 5° il doit y avoir des solutions monochromatiques qui satisfont aux conditions 1° et 2°. Remplaçons dans les équations (6), (7), $\varphi(P, t)$ par $Et - \varphi_1$; il faut que les solutions acceptables φ_1, f soient telles que f satisfasse aux conditions 1° et 2°; or nous disposons dans chacune des équations (6) et (7) d'un terme arbitraire, $Q_J(f, \nabla)$ dans (6) et $\sigma(f, Et - \sigma_1, \nabla)$ dans (7); on peut choisir ces termes de façon que f satisfasse bien aux conditions 1° et 2°. Ainsi là encore nous avons compatibilité des conditions imposées.

Il reste à examiner le cas du miroir semi-transparent. Dans ce cas, nous avons une expression spéciale pour V avec une surface de discontinuité, mais par un raisonnement semblable au précédent on pourra montrer qu'il existe des solutions φ_1, f satisfaisant aux conditions 1°, 2° et 5°; d'autre part, pour $V = a$ partout, ou $V = b$ partout, par un raisonnement identique à celui fait dans le cas $V = 0$, on montrera qu'il existe des solutions monochromatiques limites $f_{1,a}$ et $f_{1,b}$. En considérant des opérateurs analogues à $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, on montrera qu'on peut les choisir de telle façon que f associé à φ_1 tende vers $f_{1,a}$ ou vers $f_{1,b}$ suivant le cas. Ainsi on arrive encore dans ce cas à la compatibilité des conditions 1° à 6°.

Il faudrait pour être complet encore examiner le cas d'ondes u quelconques, non-monochromatiques et montrer que dans ce cas les conditions 1°, 2° et 3° peuvent être remplies (où $V = 0$) ainsi que 1°, 2° et 4°. On peut aussi y parvenir à établir la compatibilité.

Toutes ces compatibilités ont lieu parce que le terme de « potentiel complémentaire » non-linéaire Q_J et le terme de « sources » σ non-linéaire lui aussi, sont formés par l'onde u elle-même et changent de valeur avec chaque solution u, c'est ce qui permet de les rendre toujours convenables pour que les solutions satisfassent aux conditions 1° à 6°. Mais les conditions qui sont imposées sont uniquement des conditions asymptotiques; il est impossible de déterminer univoquement ces termes par des conditions aussi faibles ni même d'indiquer l'ensemble des expressions analytiques pour ces termes qui satisfassent aux six conditions données. Tant qu'une idée théorique ne sera pas venue imposer de nouvelles conditions plus maniables, on ne pourra guère préciser davantage les expressions des termes Q_J et σ; pour le moment il faut se contenter de les utiliser en sachant qu'ils figurent dans l'équation (2) où ils jouent un rôle essentiel et que les six conditions 1° à 6° sont remplies grâce à ces termes. Mais cela doit déjà permettre de tirer un certain nombre de conclusions intéressantes au point de vue physique.

Manuscrit reçu le 10 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] DE BROGLIE L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1926, **183**, 447; 1927, **184**, 273; 1927; **185**, 380; *J. Physique Rad.*, 1927, **7**, 235; La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Gauthier-Villars, Paris, 1953.

[2] DESTOUCHES J. L. — *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 81.

[3] DE BROGLIE L. — Cours oral, Faculté des Sciences, 1953-1954.

[4] DESTOUCHES-FÉVRIER P. — La structure des théories physiques, Presses universitaires, Paris, 1951, p. 21.

BOBINES PRODUCTRICES DE CHAMP MAGNÉTIQUE POUR CHAMBRE DE WILSON

Par G. WIND et M. SCHÉRER,

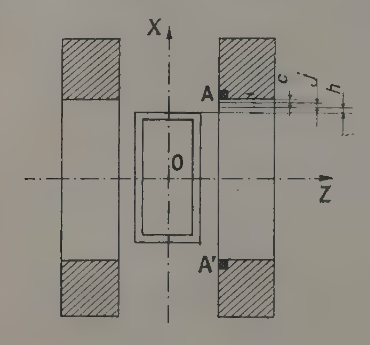
Faculté des Sciences de Caen.

Sommaire. — La construction de bobines sans fer destinées à la production d'un champ magnétique pour une chambre de Wilson de grand volume nous a amenés à reprendre l'étude de l'influence des différents paramètres que l'on peut faire intervenir.

Sur les diverses grosses bobines jusqu'à présent utilisées, peu de publications ont été consacrées à leur établissement. La considération générale qui a guidé cette étude était la recherche du meilleur rendement pour une bonne uniformité du champ. Pour atteindre ce but, après avoir fixé en première approximation la forme des enroulements, un réseau de courbes a été calculé liant les puissances consommées au poids des conducteurs (Cu ou Al) à la densité de courant et à l'intensité du champ magnétique dans un volume utile fixé.

Ayant alors choisi les caractéristiques approximatives des deux enroulements symétriques, une étude théorique de la variation de la composante axiale dans le plan médian a été faite. Elle conduit à adopter une certaine forme de la section droite permettant d'obtenir une uniformité de 1 pour 100 dans le volume de 60 × 40 × 12 cm de la chambre. On obtient dans ce volume, avec une puissance de 53 kW, un champ de 1953 Oe.

1. Dimensionnement des bobines : Première approximation de leur forme. Champ. — Adoptant deux bobines symétriques du plan médian (plan Oxy) de la chambre, on peut voir aisément



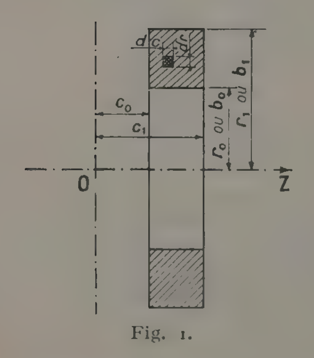


Fig. 1.

que des spires rectangulaires, à périmètre égal produisent un champ supérieur à celui de spires circulaires. On recherchera donc comment disposer les spires rectangulaires, c'est-à-dire quelle longueur et quelles dimensions extérieures il faut donner à chaque bobine. Soient c_0 et c_1 les distances, au plan médian, des faces extérieures d'une bobine et b_0 et b_1 les dimensions intérieures et extérieures (grands côtés), la section aura une aire $S = bc$ et nous caractérisons sa forme par le coefficient de forme

$$\mu = \frac{b_1 - b_0}{c_1 - c_0} = \frac{b}{c}.$$

On fait le calcul du champ en remplaçant les conducteurs par une distribution de densité de courant uniforme dans tout le volume et égale à la densité vraie d divisée par le coefficient de foisonnement

$$D = \frac{d}{\eta}.$$

On remplace alors les spires vraies par des spires conventionnelles réparties uniformément et jointivement.

D'un point du plan médian, une spire conventionnelle caractérisée par $(z, z + \mathrm{d}z;\ x, x + \mathrm{d}x)$ est vue sous l'angle solide Ω et le champ magnétique produit par la bobine est

$$H = \frac{1}{10}\iint D\frac{\partial\Omega}{\partial z}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z.$$

Il correspond à la puissance électrique

$$P = \rho V D^2 \eta^2 = f(H),$$

V volume du conducteur de résistivité ρ transportant une densité de courant uniforme D. On obtiendra les courbes correspondant à d'autres valeurs D' de la densité de courant par les relations

$$P' = \left(\frac{D'}{D}\right)^2 P \qquad \text{et} \qquad H' = \frac{D'}{D} H.$$

ce qui permet le tracé du réseau

$$P = \varphi(D),$$

Fig. 2. — Valeurs de $\Omega = 4 \operatorname{arc\,tg}\left[\dfrac{ab}{z\sqrt{a^2+b^2+z^2}}\right]$.
Abscisse : z; paramètres : a et b.
Angles solides au point $M(x = y = 0, z)$.

avec H comme paramètre. C'est cette famille de courbes qui fixera le choix des éléments H, P, D.

Pratiquement, le calcul est fait en prenant $dx = 5$ cm pour épaisseur des spires conventionnelles. Ω est calculé pour des valeurs de z allant de 5 en 5 cm. On utilise pour chaque spire conventionnelle la formule facile à établir :

$$\Omega = \operatorname{arc\,tg}\frac{a_2 b_2}{z\sqrt{a_2^2+b_2^2+z^2}} + \operatorname{arc\,tg}\frac{a_1 b_1}{z\sqrt{a_1^2+b_1^2+z^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{a_2 b_1}{z\sqrt{a_2^2+b_1^2+z^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{a_1 b_2}{z\sqrt{a_1^2+b_2^2+z^2}}.$$

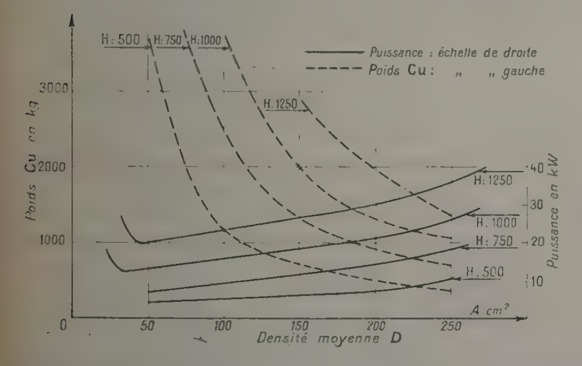


Fig. 3. — Puissance électrique et poids de cuivre en fonction des champs et de la densité.

Les courbes ci-contre (*fig.* 2) donnent pour diverses valeurs de a et b :

$$\operatorname{arc\,tg}\frac{ab}{z\sqrt{a^2+b^2+z^2}}$$

a_1 et a_2 dimensions extrêmes des petits cotés.

Les abaques I (*fig.* 3) donnent $P = f(D)$ pour diverses valeurs de H pour une seule bobine avec un conducteur de cuivre. On voit qu'il existe une valeur optimum de D correspondant au minimum de P à champ constant. Les mêmes graphiques sur l'échelle de gauche donnent les poids de Cu (courbes en pointillé). Ils montrent que cette valeur optimum est trop coûteuse à utiliser pour la construction, car elle correspond à un poids élevé de conducteur.

Les abaques I′ (*fig.* 4) fournissent les mêmes résultats pour un conducteur d'aluminium.

La comparaison des réseaux du cuivre et de l'aluminium montre qu'à champs magnétiques et puissance électrique égaux, le poids d'Al est inférieur à celui de Cu. Un élément du choix sera donc la différence des prix des deux métaux. A l'époque où cette construction a été projetée, on a choisi l'aluminium et l'on a fixé le point de fonctionnement pour les deux bobines à

$$D = 110\,a : \text{cm}^2, \qquad H = 2\,000\ \text{Oe}, \qquad P = 50\ \text{kW}.$$

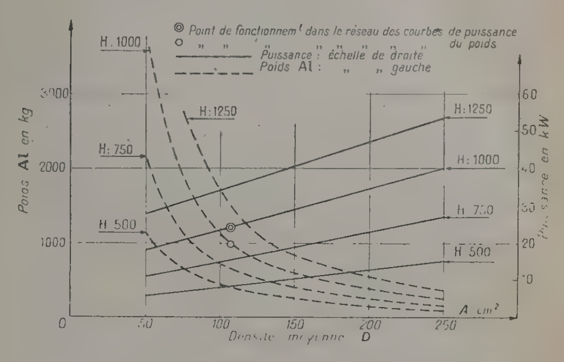


Fig. 4. — Puissance électrique et poids d'aluminium en fonction des champs et de la densité

Le poids d'Al est alors de 2 t et la densité réelle $d = 150\,a : \text{cm}^2$. La section droite étant inscrite dans un carré de 40×40 cm.

2. Deuxième approximation. Etude de l'uniformité. Forme définitive. — Pour des bobines formées de conducteurs non filiformes de grande section droite, peu de calculs ont été publiés. Citons ceux de Koch (1) relatifs à des bobines circulaires : il cherche la topographie du champ d'une bobine cylindrique demi-infinie et d'épaisseur très petite. Cet auteur déduit par addition et soustraction de quatre de ces bobines demi-infinies le champ d'une bobine creuse finie; les résultats sont donnés par des développements en série.

Nous avons utilisé une méthode différente : le champ en un point quelconque du plan médian est déterminé à partir du potentiel magnétique des spires conventionnelles.

1° ANGLE SOLIDE AU-DESSUS D'UN QUADRANT D'UNE SPIRE. — La forme de la spire est celle d'un

rectangle à angles arrondis. On décompose la surface en celles de trois rectangles (1), (2), (3) et quatre quadrants (*fig.* 5). Pour les rectangles,

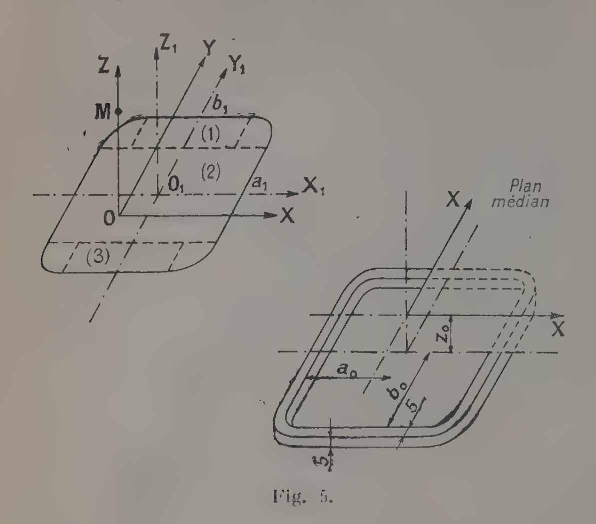


Fig. 5.

les formules ont été indiquées ci-dessus. En ce qui concerne les quadrants, on peut calculer l'angle solide sous lequel un quadrant est vu d'un point M (*fig.* 6) en considérant un élément de surface $ds = \rho\, d\rho\, d\omega$

$$d\Omega(\rho) = \frac{z\rho\, d\rho\, d\omega}{[z^2 + \rho_0^2 + \rho^2 + 2\rho\rho_0 \cos(\omega - \omega_0)]^{\frac{3}{2}}}$$

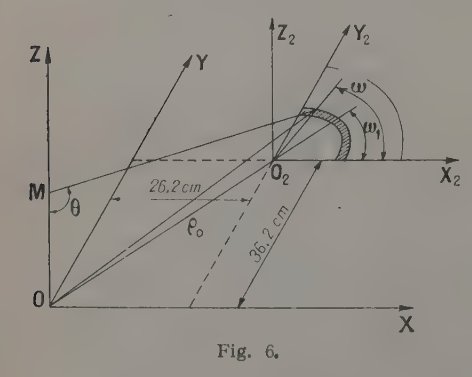


Fig. 6.

et pour un quart d'anneau d'épaisseur radiale $d\rho$, posant

$$p = z^2 + \rho^2 + \rho_0^2, \qquad m = 2\rho\rho_0,$$

$$\Omega(\rho) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{z\rho\, d\rho\, d\omega}{[p + m\cos(\omega - \omega_0)]^{\frac{3}{2}}} = 2z\rho\, d\rho\, \mathcal{J},$$

l'intégrale $\mathcal{J}$ est l'intégrale elliptique

$$\mathcal{J} = \int \frac{dt}{t^2\sqrt{(t^2 - b^2)(a^2 - t^2)}}$$

que l'on peut ramener à la fonction $E(\theta, \varphi)$, intégrale de deuxième espèce que l'on trouve dans les tables de Legendre en fonction de l'argument φ et de l'angle modulaire θ.

φ est tel que

$$\sin\varphi = \mathrm{sn}(u)$$

et

$$\sqrt{(a^2 - t^2)(t^2 - b^2)} = a^2 k^2\, \mathrm{sn}(u)\, \mathrm{cn}(u)$$

et l'angle modulaire $\sin\theta = k$ est donné par

$$\frac{a}{b} = \sqrt{1 - k^2} \qquad \text{et} \qquad \sin\varphi = \sqrt{\frac{1 - \cos\omega}{2}}.$$

En définitive l'angle solide $\Omega(\rho)$ au point M d'un quart d'anneau de rayon ρ et d'épaisseur $d\rho$ est

$$\Omega(\rho) = \frac{2z\rho\, d\rho}{p^2 - m^2} \left\{ \sqrt{p + m}\, [E(\theta_2, \varphi_2) - E(\theta_1, \varphi_1)] \right\} - \frac{m \sin\omega_1}{\sqrt{p + m\cos\omega_1}} + \frac{m\cos\omega_1}{\sqrt{p + m\sin\omega_1}}.$$

Le quadrant est donc vu sous l'angle solide

$$\Omega = \int_0^{\rho} \Omega(\rho)\, d\rho.$$

Cette dernière sommation a été faite numériquement en prenant des intervalles

$$d\rho = \Delta\rho = 5 \text{ cm},$$

$$\Omega = \frac{\Delta\rho}{3}[\Omega(\rho_0) + 4\Omega(\rho_1) + 2\Omega(\rho_2) + 4\Omega(\rho_3) + \ldots + 4\Omega(\rho_{n-1}) + \Omega(\rho_n)].$$

Pour additionner les effets des diverses spires, on désigne par la lettre s_1 celles qui sont inscrites dans le rectangle de côté

$$2a = 60 \text{ cm}, \qquad 2b = 80 \text{ cm};$$

s_2 celles qui sont inscrites dans le rectangle de côté

$$2a = 70 \text{ cm}, \qquad 2b = 90 \text{ cm};$$

. . . . ;

s_9 celles qui sont inscrites dans le rectangle de côté

$$2a = 140 \text{ cm}, \qquad 2b = 160 \text{ cm}.$$

Étant donné les différences des variations de fonctions $E(\theta, \varphi)$ dans les calculs numériques, l'erreur peut atteindre $2 \cdot 10^{-4}$. Ces calculs ont été en grande partie exécutés par les machines à calculer I. B. M. (France). La méthode de Simpson appliquée au calcul de Ω à partir de s_3 conduit à une erreur inférieure à 10^{-3}; de s_1 à s_3, on a appliqué la méthode des trapèzes qui donne lieu ici à une erreur un peu supérieure. La contribution la plus importante d'un seul quadrant est celle de la spire s_9, la plus grande. Aussi elle contribue aux angles solides (quadrant le plus proche de M) pour 6,67 pour 100, au point M ($X = 20$, $Y = 30$, $Z = 12$) et pour 11,8 pour 100 en ($X = 20$, $Y = 30$, $Z = 52$).

2° Champ magnétique dans le volume utile pour une section droite de 40×40 cm². — Le champ magnétique se déduit des angles solides par équation découlant de (I)

$$H = \sum_{1}^{9} h_n = \frac{D}{10} \Delta x [\Omega(s_n, Z = 12) - \Omega(s_n, Z = 52)].$$

On trouve les résultats consignés dans le tableau suivant :

Composante axiale pour $D = 110$ A/cm⁻²

Points du volume utile (en cm).	Composante axiale de H (en œstedts).	Écarts avec le champ le champ au centre (pour 100).
$x = 0, y = 0, z = 0$......	2 510	0
$x = 0, y = 0, z = 5$......	2 513	+ 0,1
$x = 10, y = 0, z = 0$......	2 518	+ 0,3
$x = 20, y = 0, z = 0$......	2 433	— 3
$x = 0, y = 15, z = 0$......	2 513	+ 0,1
$x = 0, y = 30, z = 0$......	2 440	— 3
$x = 10, y = 15, z = 0$......	2 496	— 0,6
$x = 20, y = 30, z = 0$......	2 323	— 8

3° Uniformité. — L'uniformité a pu être améliorée de la façon suivante : on a cherché les variations du champ dans le plan médian pour des éléments de section 5×5 cm compris entre Z_0 et $Z_0 + 5$ cm et entre les spires s_u (inscrits dans $2a_0 \times 2b_0$) et s_{n-1} [inscrits dans $2(a_0+5) \times 2(b_0+5)$].

Ce champ a pour valeur

$$h = \frac{D}{4} [\Omega(s_{n-1}, Z_0) - \Omega(s_{n-1}, Z_0 + 5) + \Omega(s_n, Z_0) - \Omega(s_n, Z_0 + 5)].$$

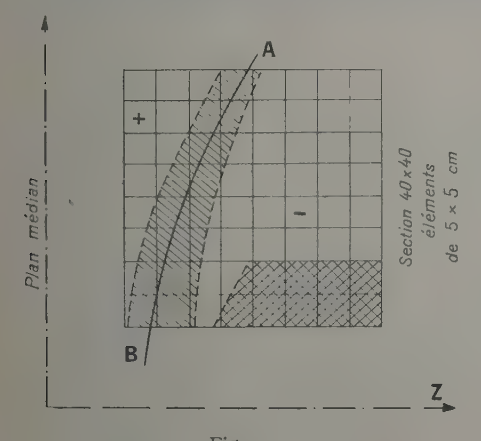


Fig. 7.

La figure 7 représente une section droite des bobines où l'on a affecté d'un signe + celles des spires qui produisent, au point arbitraire P ($x = 10$, $y = 0$, $z = 0$) un champ magnétique supérieur à celui qu'elles produisent au centre O ($x = y = z = 0$) et d'un signe — celles qui produisent un champ inférieur. On constate que le plan de la section est

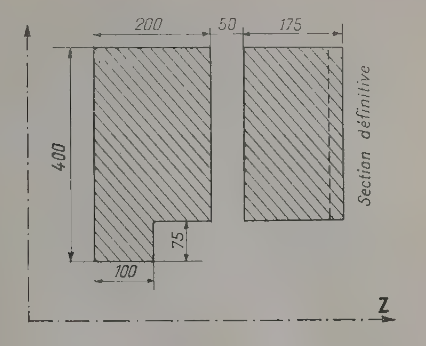


Fig. 8.

partagé en deux régions par une courbe (AB) les spires sur AB produisant des champs égaux en P et en O. Lorsqu'on déplace le point P dans le plan médian, (AB) reste compris dans la zone ombrée. On obtiendra donc le maximum d'uniformité dans la topographie du plan médian lorsque les variations du champ produites par les spires + compenseront celles produites par les spires —. Or les spires dont l'influence est prépondérante (champ maximum au centre) sur les variations en question sont celles affectées du signe —. On a donc été conduit à supprimer des spires produisant les plus grandes variations et la section droite définitive est celle représentée schématiquement par la figure 8. Cependant, afin d'utiliser au mieux la puissance du groupe convertisseur d'alimentation, des spires ont été ajoutées dans le sens axial, elles contribuent peu aux variations de H.

On a de plus subdivisé chaque bobine en deux demi-bobines pour des raisons de facilité de construction et d'emploi. La première demi-bobine comporte quatre galettes de 22 spires et quatre galettes de 18 spires, la seconde sept galettes de 18 spires, soit au total 572 spires.

Nous arrivons ainsi à une section droite analogue à celle utilisée par Thomson [2] qui a décrit très sommairement une installation comprenant des enroulements Helmholtz à section droite modifiée dans le sens ici adopté.

Il y a lieu de rappeler également que Nageotte [3] a décrit des bobines donnant une très bonne uniformité dans le plan médian en courbant des grands côtés de bobines rectangulaires en conducteurs méplats d'aluminium. Nos bobines produisent un même champ avec une même puissance dans un volume utile deux fois plus grand, toutefois l'uniformité suffisante dans nos bobines atteint 1 pour 100 au lieu de celle de 1 pour 1000 qu'indique M. Nageotte.

3. Montage. Refroidissement. — Les enroulements (2 380 m) exécutés sur gabarits en forme de spirale forment des galettes mises en série par

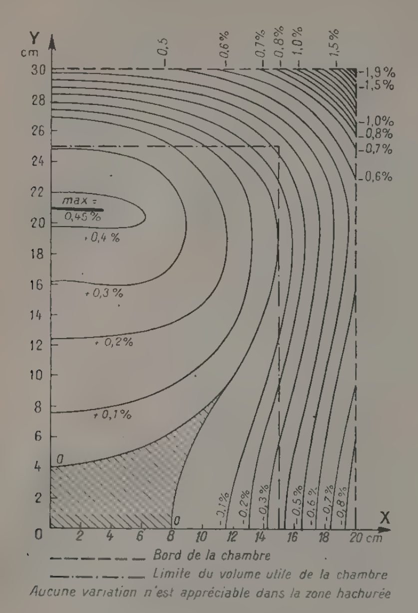


Fig. 9.

soudure oxyacétylénique (exécutés dans les ateliers de la C. E. M.). Les conducteurs sont maintenus écartés de 4 mm dans le sens radial et de 1 mm dans le sens axial par un système de cales maintenues en place par des plateaux de bridage, ceci réduit le coefficient η à la valeur de 1,37.

Le nombre d'ampères-tours en régime normal est de 286 000 avec 500 A et une puissance de 53 kW, section de conducteur 3,35 cm².

Le refroidissement est obtenu en plaçant les enroulements dans une cuve d'Alpax fondu et en assurant une circulation d'huile. L'huile longe les parois intérieures des cuves avant d'être obligée de traverser les bobinages. Elle se refroidit dans un échangeur tubulaire, lui-même refroidi par une circulation d'eau. Un système de thermocouples contrôle le fonctionnement des bobines en divers points intérieurs. Avec une température ambiante de 5,2° l'écart maximum des températures dans le volume utile est au plus de 0,3°.

Les courbes ci-jointes (*fig.* 9) donnent la topographie de la composante axiale du champ magnétique dans le plan médian.

M. Tsaï, des Laboratoires de Bellevue, a procédé avec nous à l'étalonnage des bobines exploratrices et du fluxmètre. Le shunt et l'ampèremètre ont été étalonnés au Laboratoire Central des I. E. et la différence de potentiel aux bornes relevée à l'aide d'un millivoltmètre à index lumineux spécialement étalonné, de sorte que l'intensité de courant est maintenue constante à 2 pour 1000 près. La valeur absolue du champ au centre est dans les conditions indiquées de 1953 ± 4 Oe pour une intensité de 500 A. Il serait possible d'y admettre une plus grande intensité, le refroidissement étant largement assuré.



Fig. 10.

Nous remercions le C.N.R.S., les Ateliers de Normandie, l'Aluminium français et la C.E.M. dont les concours ont permis la construction de l'appareil.

Manuscrit reçu le 20 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Koch. — *J. appl. physics*, 1950, **2**, 387.
[2] Thomson. — *Phys. Rev.*, 1945, **4**, 490.
[3] Nageotte. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **22**, 557.

PAIRES D'ÉLECTRONS DU RAYONNEMENT COSMIQUE : TRANSFERT DE MOMENT DES PHOTONS DE TRÈS GRANDE ÉNERGIE

Par Mme Madeleine AVAN et Louis AVAN,
Faculté des Sciences de Caen.

Sommaire. — Le présent travail a pour but d'étendre aux paires d'électrons de très grande énergie la confrontation avec la théorie de Heitler et Bethe établie dans le cadre de l'approximation de Born, l'étude du recul du noyau dans le système centre de masse du négaton et du positon et la relation angle de divergence-énergie.

La divergence angulaire probable observée correspond à la valeur donnée par Borsellino

$$\omega = \frac{4mc^2}{W}$$

Introduction. — Nous nous proposons d'étudier la distribution expérimentale du moment total

$$P = |p_+ + p_-|$$

transféré aux paires négaton-positon par la matérialisation des photons cosmiques de grande énergie dans le champ du noyau atomique. Il est ainsi possible d'analyser indirectement le recul du noyau et d'introduire sans difficulté l'effet d'écran des électrons atomiques. Cette distribution est indépendante de la direction du photon incident et permet donc d'utiliser les données expérimentales fournies par les émulsions nucléaires exposées au rayonnement cosmique.

Les 200 paires mesurées ont été relevées dans les plaques Ilford G_5 provenant de l'envol de Cagliari (22 juillet 1953) et dont voici les caractéristiques :

Durée d'envol : 6 h 50 mn;
Altitude moyenne : 25 800 m;
Altitude maximum : 26 230 m;
Distorsion moyenne : 68 covans.

Nous avons retenu de préférence les paires présentant une très faible divergence, et en vue d'une étude ultérieure, celles qui paraissaient associées en gerbes électroniques. Les énergies des deux branches de chaque paire ont été déterminées par scattering suivant la méthode sagittale. Celle-ci est nettement préférable ici surtout, à la méthode angulaire car on peut y adjoindre les données du scattering relatif permettant, dans le cas de branches très voisines, d'éliminer indirectement les erreurs résultant de la distorsion et du bruit de fond de la platine microscopique.

Comme il n'est pas possible d'identifier séparément le négaton et le positon, nous désignons par E_1 l'énergie la plus faible, et par E_2 l'énergie la plus élevée de la paire. L'énergie du photon en résulte donc :

$$h\nu = E_1 + E_2 + 2m_0c^2 = W,$$

puisque le noyau de recul ne prend ici aucune énergie appréciable.

La figure 1 donne le spectre différentiel d'énergie des paires choisies. Nous avons représenté le nombre de paires par intervalle d'énergie de 10 MeV. Le maximum apparaît nettement entre 50 et 100 MeV, ce qui semble indiquer que le choix effectué n'implique aucune déformation systématique du spectre.

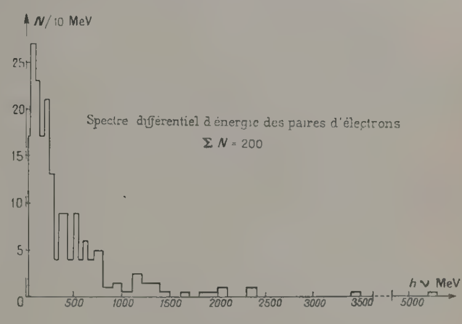


Fig. 1.

L'erreur probable pour chaque énergie varie de 13 à 30 pour 100. Cette précision pour être obtenue exige pour une énergie totale de 1 BeV environ de disposer d'une trace d'au moins 3 000 μ [1].

Dans la suite, nous répartirons les paires en trois classes suivant l'énergie du photon incident :

a. De 20 à 100 MeV : $\Sigma N = 41$;
b. De 100 à 300 MeV : $\Sigma N = 76$;
c. De 300 à 10 000 MeV : $\Sigma N = 83$, dont 23 au-dessus de 1 BeV.

Le spectre différentiel d'énergie des photons (*fig.* 2) se déduit de la figure 1 en divisant les ordonnées successives par les valeurs correspondantes moyennes de la section efficace de matérialisation des photons dans l'émulsion G_5 [2]. Cette section

efficace a été obtenue par Heitler et Bethe [3] dans le cadre de l'approximation de Born, l'interaction coulombienne étant traitée comme une petite perturbation. La section efficace totale de production de paires est donnée par :

$$\sigma = \frac{28}{9}\,\frac{Z^2 r_0^2}{137}\left[\operatorname{Log} 2k - \frac{109}{42}\right],$$

Fig. 2.

sans effet d'écran électronique;

$$\sigma = \frac{28}{9}\,\frac{Z^2 r_0^2}{137}\left[\operatorname{Log}\left(183\, Z^{-\frac{1}{3}}\right) - \frac{1}{42}\right];$$

avec effet d'écran total.

r_0, rayon classique de l'électron $\frac{e^2}{m_0 c^2}$.

$k = \frac{h\nu}{c}$.

L'influence de l'effet d'écran est déterminée par la quantité

$$\gamma = 100\,\frac{m_0 c^2}{h\nu}\,\frac{1}{v(1-v)}\,Z^{-\frac{1}{3}},$$

où

$$\boxed{v = \frac{E_+ - m_0 c^2}{h\nu - 2 m_0 c^2}.}$$

$\gamma \approx 0$ (écran complet) se rapporte précisément aux paires de très grande énergie.

Les valeurs précédentes de σ peuvent être corrigées en soustrayant un terme de correction coulombienne quelle que soit l'importance de l'effet d'écran, d'après Bethe et Maximon [4]

$$\Delta\sigma = \frac{28}{9}\,\frac{Z^2 r_2^0}{137}\,f(Z),$$

$$f(Z) = a^2 \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\nu(\nu^2 + a^2)}, \qquad a = \frac{Ze^2}{\hbar c},$$

$$\Sigma = (1 + a^2)^{-1} + 0{,}202\,06 - 0{,}0369\, a^2 + 0{,}0083\, a^4 - 0{,}002\, a^6.$$

Pour a petit ($a = \frac{2}{3}$ correspond à l'uranium)

$$\Sigma = 1{,}2021, \qquad f(Z) = 1{,}2021\, a^2,$$

L'approximation de Born introduit donc une erreur proportionnelle à $\left(\frac{Z}{137}\right)^2$. En première approximation, et de 100 MeV jusqu'à 1 BeV, le spectre des photons appraît comme un spectre de puissance (~ 2) [5].

Les diagrammes de la figure 3 donnent la répartition de l'énergie des photons entre les deux branches de la paire dans chacune des trois parties du spectre indiquées plus haut. Nous portons en abscisse le rapport

$$v_1 = \frac{E_1}{E_1 + E_2}.$$

Les trois graphiques accusent une légère augmentation du pourcentage des paires à répartition très dissymétrique ($0 < v_1 < 0{,}1$) lorsqu'on se place vers les grandes énergies. Cette augmentation ne correspond en aucun cas aux variations prévues par les courbes théoriques de Heitler et Bethe. De même, nous relevons sur les trois parties du

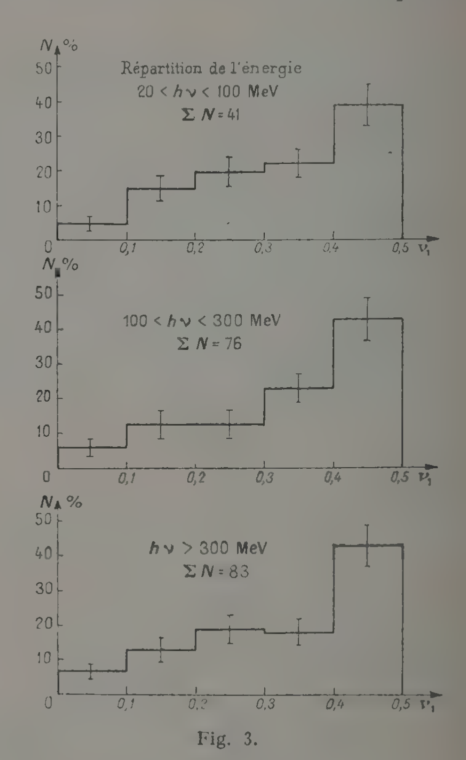


Fig. 3.

spectre un excès de paires se rapportant à l'équipartition ($0{,}4 < v_1 < 0{,}5$). Les courbes de Heitler et Bethe ont été obtenues dans le cas de l'approximation de Born. L'erreur qui en résulte proportionnelle à $\left(\frac{Z}{137}\right)^2$ est de toute façon inférieure à 12 pour 100 et ne suffit pas à expliquer le dépla-

cement du maximum de la distribution vers l'équipartition surtout pour $h\nu > 300$ MeV.

L'écran total (et les faibles transferts de moments) impliquent de grands paramètres d'impact. La fonction d'onde de l'électron est alors bien définie par une onde plane et l'approximation de Born est très correcte. Nous ne pensons pas que la difficulté de relever des paires dissymétriques telle qu'elle a été signalée dans [6], [7] puisse justifier une déformation des histogrammes. Cette difficulté ne subsiste d'ailleurs pas aux très grandes énergies. En réalité, les histogrammes ne peuvent être directement comparés à la distribution théorique de Heitler et Bethe : l'erreur statistique produite sur chaque particule de la paire (13 à 30 pour 100) influence de façon critique la distribution du rapport V_1 de dissymétrie et provoque automatiquement un déplacement du sommet vers 0,5. Toute comparaison nécessite donc en premier lieu une étude statistique plus complète du rapport V_1.

La section efficace différentielle de Heitler et Bethe (approximation de Born) permet d'écrire la distribution théorique du vecteur q de recul du noyau

$$d\sigma = \sigma_0 \frac{2 m_0^2}{\pi h \nu} \frac{g(q)}{q^4} d^3 q, \qquad \sigma_0 = \frac{Z^2 r_0^2}{137}$$

(unités : $\hbar = c = 1$).

Borsellino en a déduit la distribution du moment total

$$P = | p_+ + p_- |$$

de la paire, distribution indépendante de la direction du photon incident, soit :

$$d\sigma = 4 \sigma_0 \frac{F}{(k^2 - P^2)^2} P \, dP,$$

ainsi que la distribution équivalente en

$$Q = (k^2 - P^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Q possède une signification relativiste très simple et représente l'énergie de la paire dans le système du centre de masse du négaton et du positon

$$d\sigma = 4 \sigma_0 \frac{F}{Q^3} dQ,$$

F croît lentement avec Log Q.

Q est une fonction de la divergence angulaire ω et de l'angle caractéristique :

$$\omega_0 = \frac{W m_0 c^2}{E_1 E_2},$$

$$Q^2 \cong E_1 E_2 (\omega_0^2 + \omega^2).$$

La divergence angulaire réelle n'est pas directement mesurable dans les émulsions; on l'obtient en appliquant à la divergence expérimentale une correction de scattering suivant la méthode indiquée par Cosyns et Vanderhaeghe [6]. La figure 4 donne les distributions normalisées de l'énergie Q dans les divers secteurs du spectre. Nous avons porté en A la répartition intégrale en même temps que les courbes théoriques :

a. avec effet d'écran;
b. sans effet d'écran.

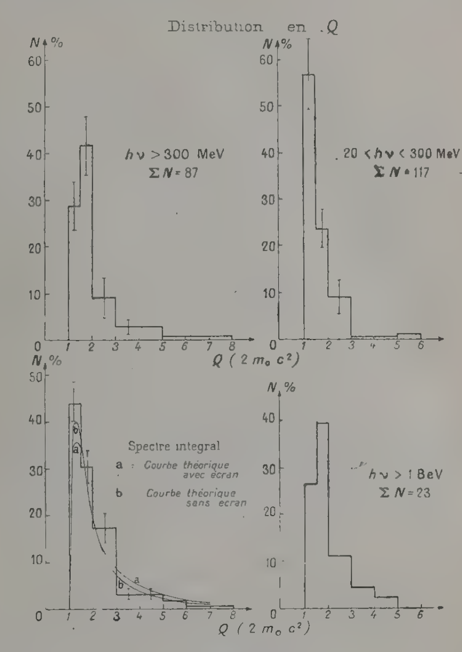


Fig. 4.

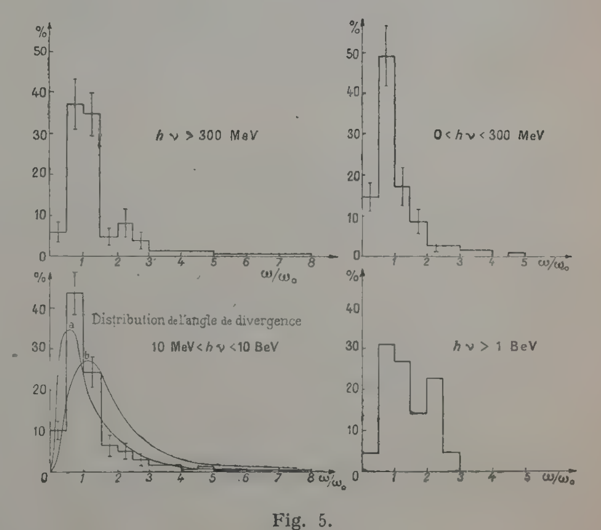


Fig. 5.

Les histogrammes accusent un déplacement du maximum entre 1,5 et 2 pour $h\nu > 300$ MeV et confirment l'importance de l'effet d'écran pour

de faibles moments de recul du noyau. Le spectre s'élargit lorsque l'énergie augmente conformément aux prévisions théoriques. Nous avons porté sur le graphique représentant le spectre différentiel des photons (en coordonnées doublement logarithmiques) les points expérimentaux qui correspondent à deux intervalles de Q :

● $1 < Q < 1{,}5$,

△ $1{,}5 < Q < 2$.

Ces points sont obtenus à partir des sections efficaces de production de paires pour les différentes valeurs de Q.

Enfin la figure 5 donne la distribution de l'angle ω de divergence réelle entre électrode et positon, pour la totalité des 200 paires étudiées. Nous portons en abscisse le rapport $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. La courbe a est définie par la section efficace :

$$d\sigma = 16\sigma_0 \frac{E_+}{W}\left(1 - \frac{E_+}{W}\right) F \frac{x\,dx}{(1 + x^2)^2}$$

donnée par Borsellino [8].

F est une fonction de ω et de Q.

La courbe b figure la distribution théorique de l'angle ω de Bethe en $\frac{x}{(1 + x^2)^2}$. Nous voyons que la distribution de Bethe semble trop étroite aux très grandes énergies et pour de faibles divergences angulaires. La valeur la plus probable de l'angle qui correspond au maximum de la distribution angulaire s'écrit bien sous la forme [9]

$$\omega_p = \frac{4\,mc^2}{W}\Phi_z\left(\frac{E_1}{W}\right).$$

Pour l'équipartition et tout spécialement pour $h\nu > 1$ BeV, nous avons vérifié que $\Phi \sim +1$ en accord avec les prévisions théoriques de Borsellino dans le domaine des très grandes énergies.

Nous poursuivons actuellement cette analyse en sélectionnant d'une part les paires qui présentent dans nos émulsions de très longues trajectoires ce qui permettra de réduire sensiblement les fluctuations statistiques, d'autre part les paires associées en gerbes électroniques et enfin celles qui donnent lieu à une production directe de « tridents » (12 cas observés sur les 200 paires relevées).

Nous remercions le C.N.R.S. qui nous a fait bénéficier d'une allocation.

Nous avons effectué ce travail au Laboratoire de Physique de l'Université de Caen sous la direction de M. le Professeur M. Schérer à qui nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance. Nous remercions également M. le Professeur Powell qui a bien voulu nous communiquer les émulsions nucléaires provenant de l'envol de Cagliari.

Manuscrit reçu le 20 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Carlson, Hooper et King. — *Phil. Mag.*, 1950, **7**, 701.
[2] Vanderhaeghe G. — *Thèse* U.L.B.
[3] Heitler W. — The quantum theory of radiation. Oxford, 1944.
Bethe H. et Heitler W. — *Proc. Roy. Soc.* London, 1934, **146**, 83.
[4] Bethe et Maximon. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 768.
Nordsieck A. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 785.
Davies, Bethe et Maximon. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 788.
[5] Hooper. — *Phil. Mag.*, 1953, **44**, 871.
[6] Borsellino, Scarsi et Vanderhaeghe. — *Nuovo Cimento*, 1954, **9**, 867.
Rossi. — High Energy Particles. Prentice Hall Series.
[7] Hintermann. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 898.
[8] Borsellino. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 1023.
[9] Bradt, Kaplon et Peters. — *Helv. Phys. Acta*, 1950, **23**, 45.
Jost, Luttinger et Slotnick. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 189.
Stearns. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 836.

EFFETS DE CHARGE D'ESPACE DANS UNE DÉCHARGE EN HAUTE FRÉQUENCE. II

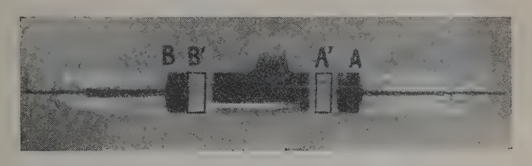
Par Mlle M. CHENOT,
École Normale Supérieure des Jeunes Filles.

Sommaire. — Si un tube à décharge haute fréquence excité sur ondes métriques débite du courant continu dans la vapeur de mercure entre électrodes d'aluminium, des phénomènes intenses de pulvérisation cathodique manifestent une grande activité ionique de la décharge; leur étude confirme les hypothèses faites pour interpréter le débit de courant continu par la décharge haute fréquence. Différentes formes de caractéristiques en débit continu sont examinées. Les facteurs qui influent sur le sens et la grandeur de la force électromotrice du tube sont étudiés; en particulier l'expérience montre que les tubes qui remplissent les conditions nécessaires pour avoir un très faible potentiel d'entretien haute fréquence donnent les plus grandes valeurs du rapport de la force électromotrice constante à la différence de potentiel d'excitation haute fréquence.

Dans un article précédent [1] j'ai étudié expérimentalement le débit en courant continu d'un tube à décharge excité sur ondes métriques. J'ai décrit différents tubes et étudié un type courant de caractéristique. Je rappelle brièvement les notations utilisées : la tension d'excitation U_e est appliquée entre deux électrodes externes A′ et B′; le circuit à courant continu de résistance R est relié à deux électrodes internes A et B; A est le pôle positif du tube fonctionnant seul comme générateur de courant continu; V désigne la différence de potentiel $V_A - V_B$; la force électromotrice du tube est E_0 et sa résistance interne ρ; on peut aussi utiliser un générateur auxiliaire de tension U.

Phénomènes de pulvérisation cathodique. — 1. Dans une décharge H. F., s'il intervient une émission électronique secondaire par choc des particules électrisées sur des électrodes internes ou sur les parois du tube, Gill et von Engel [2] ont montré que les résultats s'interprètent bien en considérant qu'il s'agit du choc d'électrons primaires. Il en résulte que la décharge H. F. seule en régime symétrique, dans les conditions où j'opérais, ne produit pas de pulvérisation cathodique sensible.

Dans les décharges décrites ici, le débit de courant continu s'accompagne au contraire d'une pulvérisation cathodique intense qui décèle une grande activité ionique. La figure 1 reproduit des photographies des tubes 3 et 5 qui montrent l'aspect des dépôts. Pendant une semaine, les expériences ont été menées dans le tube 5 sans générateur extérieur et le tube a beaucoup noirci; ensuite il a été utilisé avec un générateur et les dépôts ont encore augmenté. Une forte pulvérisation nécessitait d'ailleurs une intensité de courant de l'ordre de 400 μA au moins dans les tubes étudiés, intensité dont la production exigeait avec certains tubes la mise en série d'un générateur. Dans la vapeur de mercure, les phénomènes sont intenses, alors que dans l'hydrogène la pulvérisation est beaucoup plus faible, en accord avec les résultats de Kingdon et Langmuir et de la General Electric Company [3]. Même des électrodes d'aluminium pulvérisent abondamment quoiqu'on les utilise souvent pour réduire l'effet. D'autre part, la pression du gaz est assez faible pour que les particules arrachées à l'électrode faisant fonction de cathode, en l'occurence A, se répandent dans tout le tube.



1 *a*. *Tube* 3 : Aluminium.



1 *b*. *Tube* 5 : Nickel.

Fig. 1.

2. La répartition des dépôts sur la paroi du tube est significative. Les dépôts affectent la forme d'anneaux cylindriques, d'épaisseurs différentes, groupés en trois zones séparées par des espaces sans dépôts au niveau des électrodes externes. Sur le tube 5, par exemple, muni d'électrodes de nickel, une première zone s'étend des environs de l'électrode A jusqu'à 2 mm du bord adjacent de l'électrode A′; la deuxième zone commence à 5 mm de l'autre bord de A′ et se termine à 7 mm de B′; la troisième débute au contact de l'autre bord de B′ et se prolonge un peu en arrière de B. Les dépôts des zones extrêmes sont épais, tandis que

la zone médiane peu homogène présente les dépôts les plus denses vers ses deux bouts.

Cette répartition des dépôts d'éléments métalliques rappelle tout à fait celle décrite jadis par Banergi et ses collaborateurs [4], [5], ainsi que par Robertson et Clapp [6], dans des tubes à décharge H. F. (fréquences d'excitation : 1 à 10 Mc/s), munis seulement d'électrodes externes annulaires et contenant par exemple de l'air chargé de vapeur de mercure à une pression de l'ordre du millimètre de mercure. Les différences entre les conditions expérimentales dans ces observations et dans mes propres expériences peuvent rendre compte des petites divergences de répartition des dépôts, mais les traits essentiels sont identiques, surtout l'absence de dépôt dans le voisinage des électrodes externes. Güntherschulze, étudiant dans un tube en courant continu ce qu'il appelait la pulvérisation cathodique électrochimique [7], avait déjà remarqué une absence de dépôt sur la paroi au voisinage de la cathode et la possibilité de dépôts éloignés de leur origine. A la suite de mesures des potentiels d'espace le long de l'axe et le long de la paroi du tube, faites dans les conditions rappelées à propos des sondes [1], Banergi et ses collaborateurs ont établi une corrélation nette entre les variations du gradient radial de potentiel le long du tube et la position des dépôts. C'est le champ radial de sens convenable qui entraîne les ions positifs vers la paroi. Ces auteurs ont d'ailleurs fait l'expérience complémentaire et obtenu des dépôts d'ions négatifs, soufre ou iode, en particulier au niveau des électrodes externes dont les ions positifs s'écartent toujours. Toutes ces conclusions sont en accord avec ce que l'on sait des phénomènes de diffusion dans les plasmas.

Revenons alors aux tubes que j'ai utilisés. Au niveau du plasma, la paroi porte une charge négative due à la diffusion radiale des électrons; dans le gaz voisin, les ions positifs prédominent dans une gaîne mince qui s'élargit à la traversée de l'électrode externe A′ et s'épanouit dans l'espace sombre à l'intérieur de B′; d'après les expériences des savants hindous, la différence de potentiel radiale s'inverse à leur niveau. Dans mes tubes, la présence au delà de A′ d'une électrode interne A doit ramener ensuite le potentiel de la paroi à une valeur négative par rapport au gaz.

D'après ce que j'ai dit plus haut, les dépôts observés ne concernent pas le même genre de particules que dans les expériences des auteurs cités, mais ils s'interprètent de la même façon. Avant de le voir, je ferai encore remarquer que si le dépôt par pulvérisation cathodique a un effet immédiat au cours d'une série de mesures, cet effet est sensiblement renforcé lorsqu'on laisse le tube au repos pendant un jour ou deux avant de faire de nouvelles mesures. Ceci s'explique peut-être par la formation progressive au contact de la vapeur de mercure d'un amalgame du métal déposé par pulvérisation, ce qui tendrait aussi à prouver que les ions de mercure seuls ne se déposent pas de façon appréciable pendant la durée de passage de la décharge.

Le champ H. F. n'a pas d'action sur les particules cathodiques lourdes qui, si elles sont chargées, obéissent exclusivement au champ continu. Le sens de leur mouvement dépend de leur vitesse initiale et du signe de leur charge. D'après von Hippel [8], les particules arrachées à la cathode sont neutres et se chargent ensuite dans le gaz ionisé. Dans certaines expériences de Langmuir [9], elles acquéraient des charges négatives, mais ce n'est pas général. Dans le cas présent, il semble qu'on doive

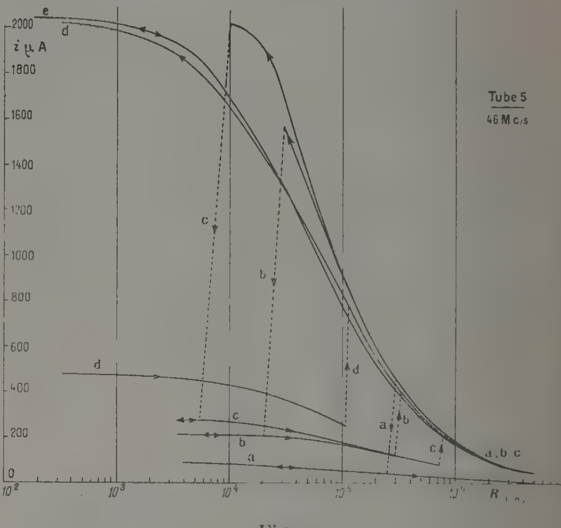


Fig. 2.

les considérer comme chargées positivement. Elles peuvent diffuser dans toute la longueur du tube malgré une faible vitesse initiale parce que le champ continu longitudinal est faible, sinon nul, excepté dans l'espace sombre; dans la colonne brillante elles n'en obéiront que mieux au champ radial de diffusion lorsqu'il sera de sens convenable.

3. De cette pulvérisation résulte une évolution du tube et de la décharge, que j'avais déjà mentionnée à propos du tube 3 [1] et qui a été suivie de façon précise sur le tube 5 utilisé sans générateur extérieur. La figure 2 montre les résultats de quelques-unes des séries de mesures de i en fonction de R; les séries a, b, c accusent une discontinuité et une hystérésis marquée; dans la série d, il n'y a plus de chute spontanée par décroissance de R, mais en ouvrant le circuit avec la plus petite valeur de R et en le refermant, la décharge s'est rétablie sur le régime à faible intensité; enfin dans la série e, la même intervention n'a plus provoqué de changement; quand l'évolution a été assez poussée, on a

ainsi observé une sorte de saturation. Ces variations importantes de l'intensité du courant ne semblent avoir que peu d'influence sur la force électromotrice E_0. Or les dépôts cathodiques ont modifié la conductibilité de la paroi du tube et la structure de la surface des électrodes internes qui ont noirci et présentent des irisations. Il se peut que l'augmentation du courant doive être attribuée à une émission accrue d'électrons secondaires au niveau des électrodes internes; mais on comprend mal la faible répercussion sur E_0, c'est-à-dire sur les charges spatiales ioniques. En tout cas ce changement progressif de la décharge ne facilite pas l'étude de ses caractères.

Différentes formes de caractéristiques. — 1. Si l'on change la grandeur de l'excitation, ou la position des électrodes, ou les dimensions du tube,

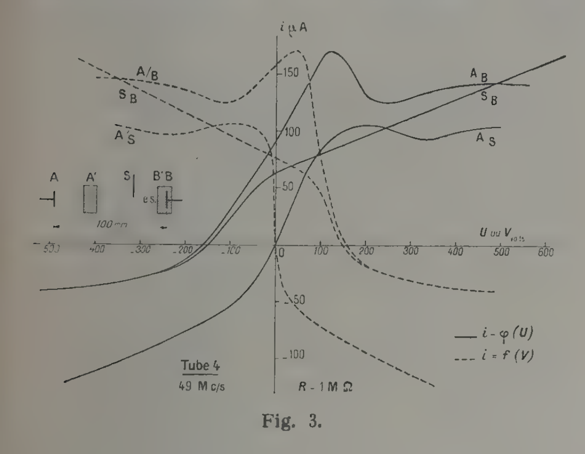


Fig. 3.

on rencontre des caractéristiques de formes très diverses, qui peuvent différer beaucoup de celles décrites précédemment [1]; je vais maintenant en donner quelques exemples et les comparer. Les caractéristiques seront notées par les lettres qui désignent sur les schémas des tubes [1] les électrodes utilisées, la première lettre étant celle de l'électrode qui joue le rôle de pôle positif par rapport au circuit extérieur. De la diversité des courbes obtenues, plusieurs résultats d'ordre général se dégagent.

a. L'existence d'une force électromotrice notable dépend toujours de la présence d'un espace sombre important dans la décharge entre les électrodes internes utilisées. Par exemple, avec le tube 4 (*fig.* 3), E (A/S) est très faible, tandis que E (A/B) et E (S/B) ont de grandes valeurs, d'ailleurs très voisines malgré la différence des distances entre électrodes et les formes différentes d'électrodes. Le tube 8 fournit un exemple analogue dans un cas où l'espace sombre principal n'est pas au voisinage d'une électrode interne (*fig.* 4).

Les mesures sur les tubes 9 et 10 (*fig.* 6) montrent la possibilité d'avoir des courbes très voisines avec des conditions analogues près des électrodes, mais des longueurs de décharge très différentes, ici dans

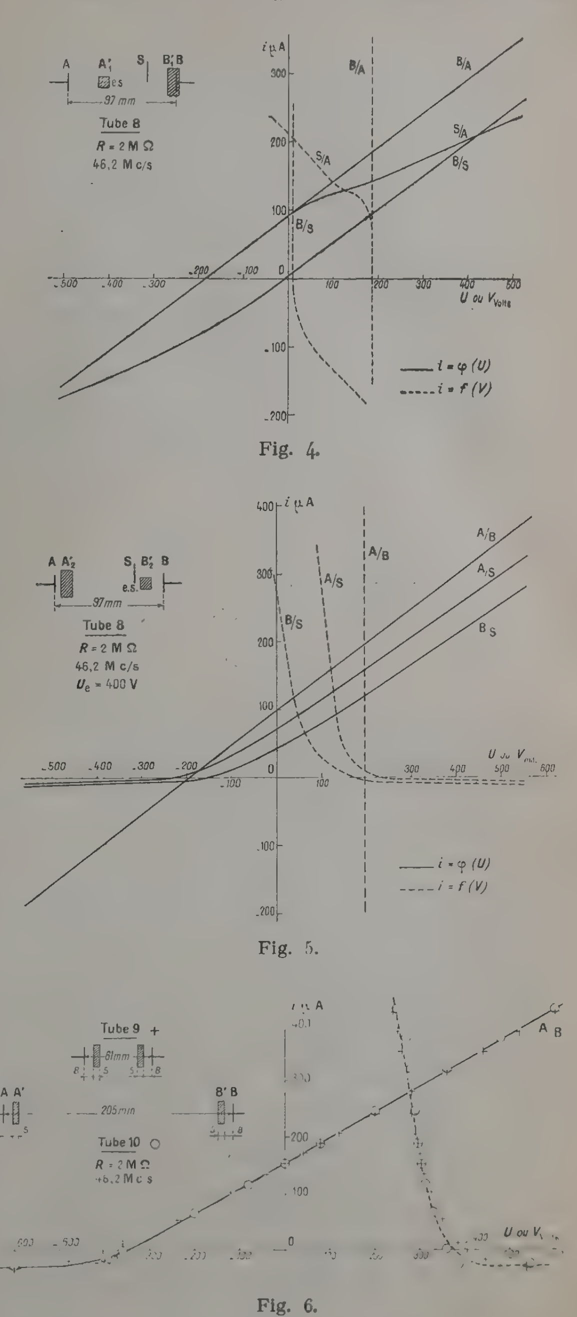


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

le rapport de 1 à 3,37; cet exemple souligne le rôle primordial de l'espace sombre.

b. Des électrodes internes de forme donnée, par

exemple deux électrodes planes circulaires identiques, peuvent fournir des caractéristiques différentes suivant la position de l'espace sombre; lorsque celui-ci n'est pas au voisinage d'une électrode, la courbe est pratiquement rectiligne, au moins dans la région où le courant s'annule, alors qu'elle présente une courbure marquée au voisinage de la valeur $i = 0$ si l'espace sombre touche l'électrode. On le constate facilement sur les courbes A/B des figures 5 et 6. D'autre part, on peut avoir des caractéristiques de même forme avec des électrodes internes différentes, par exemple entre deux électrodes planes ou entre une électrode plane et un fil. Ceci est illustré par les courbes A/B (*fig.* 6) et A/S (*fig.* 5).

c. Dans ces mesures, il semble important *a priori* de fixer les potentiels continus des électrodes internes par rapport à une masse de référence pour bien définir l'état de la décharge. En fait, le choix du point du circuit mis à la masse ne paraît pas avoir d'importance; les courbes de la figure 7 obtenues avec le tube 8 le montrent nettement.

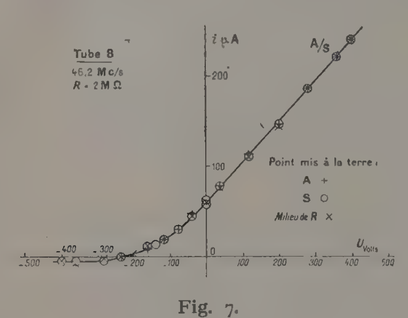


Fig. 7.

Au point de vue du champ continu, seul le champ établi entre les électrodes internes intervient; il n'y a pas à tenir compte de champs continus entre les électrodes internes et externes; le gaz ionisé constitue un milieu conducteur, la paroi du tube à décharge joue à l'égard des actions électriques de charges extérieures constantes le rôle d'un écran pour ce qui se passe à l'intérieur du tube. On sait qu'on ne peut dévier un faisceau d'électrons par un champ électrostatique si l'on applique la différence de potentiel entre les deux armatures d'un condensateur situées à l'extérieur du tube.

d. En dehors de l'influence de l'espace sombre, les caractéristiques présentent en général des variantes qui dépendent de la forme des électrodes.

2. Voyons les caractéristiques du tube 8 [1, *fig.* 2]. Les courbes B/A et A/B des figures 4 et 5 sont relatives aux mêmes électrodes planes, non contiguës à l'espace sombre principal; le pôle positif correspond dans les deux cas à l'électrode la plus éloignée de l'espace sombre. Les caractéristiques sont rectilignes dans tout le domaine exploré, ce qui suppose E et ρ constants; dans ces mesures la décharge s'est d'ailleurs maintenue dans un état bien déterminé et le débit du tube n'a pas eu de répercussion sur l'excitation H. F. qui est demeurée constante. La différence de potentiel V varie à peine avec i, ce qui indique une faible résistance interne; on trouve $\rho = 15\,000\ \Omega$. La variation linéaire de i en fonction de U est particulièrement remarquable; le tube a une force électromotrice importante, $E_0 = 195$ V, sans présenter de phénomènes de redressement qui correspondraient à des valeurs très différentes de la conductibilité pour les deux sens de courant.

L'allure des courbes suggère une autre remarque; lorsque le courant va vers la sonde S à l'intérieur du tube, il modifie l'état d'ionisation près de la sonde. Si la sonde plonge dans un espace sombre (*fig.* 5, courbes A/S et B/S avec U négatif), le changement est de même ordre qu'au voisinage d'une électrode plane. Si S est au contact d'une région brillante (*fig.* 4, courbes S/A avec U positif et B/S avec U négatif), une gaîne sombre apparaît, les caractéristiques propres accusent une courbure marquée, la courbe S/A se sépare de la courbe B/A. L'allure de variation du courant est à peu près la même dans les deux sens à la valeur de E_0 près; l'évolution de la gaîne autour de S semble donc indépendante de la présence d'un espace sombre. En raison du petit diamètre du tube 8 et des dépôts de pulvérisation cathodique sur la paroi, l'observation précise de la gaîne autour de S était difficile. Mais son développement a été facilement suivi sur la sonde du tube 4 [1, *fig.* 2], au cours du relevé des courbes A/S et S/B (*fig.* 3) qui sont aussi parallèles dans les zones où le courant va du plasma vers la sonde; la variation de i en fonction de U est alors linéaire. Sur la courbe S/B, pour $U = 560$ V, la gaîne avait environ 6 mm de diamètre; du côté des valeurs négatives de U, c'est au contraire l'espace sombre en avant de B qui augmentait d'épaisseur, le plasma brillant ayant reculé de 10 mm environ pour $U = -440$ V.

L'assimilation des courants recueillis à des courants de sonde au sens de Langmuir ne doit pas être poussée trop loin pour deux raisons; la théorie de Langmuir suppose que le passage d'un tel courant de sonde ne perturbe pas les phénomènes près de l'autre électrode, ce qui n'est pas le cas, et que son intensité est très faible par rapport à l'intensité totale du courant dans la décharge, ce qui est peu probable. Mais ces différences reconnues, la théorie du phénomène au voisinage de chaque électrode doit être analogue à celle de Langmuir, relativement à la charge d'espace constante au point où se trouve l'électrode.

Sens et grandeur de la force électromotrice du tube à décharge. — 1. Dans un redresseur à cathode froide en basse fréquence la polarité du

tube est liée de façon absolue à la dissymétrie des électrodes. Sous une pression donnée, pour un certain sens de la tension appliquée, la distribution de la colonne lumineuse est bien déterminée; suivant que les électrodes se prêtent ou non au mécanisme d'entretien, cette distribution s'établit ou ne peut exister et le tube transmet ou arrête le courant.

En H. F. le comportement de la décharge est différent. Dans des conditions données de pression et de position des électrodes, la décharge peut présenter des distributions très différentes; j'ai déjà signalé [10] que, lorsqu'on l'excite au moyen d'électrodes externes et qu'elle est le siège d'ondes stationnaires, les électrodes peuvent se trouver aussi bien en face d'espaces sombres que de régions brillantes; pourvu qu'un champ oscillant H. F. l'entretienne en un point, la décharge trouve presque toujours un régime stable compatible avec la position des électrodes et l'excitation imposée. Il en est de même dans tous les cas. Ce qui complique beaucoup les phénomènes, c'est le caractère souvent discontinu du passage d'un régime à un autre pour une petite variation des conditions. Il intervient en outre les phénomènes d'hystérésis déjà décrits [1].

Avec un oscillateur de faible puissance tel que celui que j'ai utilisé, pour obtenir des différences de potentiel suffisantes on a évidemment intérêt à relier directement les électrodes du tube à la bobine de self du résonateur, sans mettre de condensateur d'accord en parallèle avec les électrodes. Ce montage présente un inconvénient en ce sens que la plupart des modifications de la décharge ont une répercussion sur l'accord du résonateur avec l'oscillateur, répercussion qui serait réduite par la présence d'un condensateur de capacité nettement plus grande que celle des électrodes; mais en même temps on en retire un certain avantage, car on est souvent prévenu de changements de régime par les indications de l'électromètre et l'on a ainsi un bon moyen de contrôle de la stabilité de la décharge. La puissance fournie par le tube au circuit extérieur était toujours très faible, au maximum d'un demi-watt; à ce point de vue la réaction sur l'oscillateur est toujours minime.

On s'aperçoit alors que le tube contenant la décharge représente un système éminemment variable couplé au résonateur d'une manière compliquée et inconnue. Pour un couplage donné du résonateur et de l'oscillateur, la tension d'excitation peut varier beaucoup suivant la pression du gaz et l'état de la décharge. Sous une pression déterminée une même valeur de la tension d'excitation réalisée avec deux longueurs différentes du résonateur ne correspond pas nécessairement à un même régime de décharge. L'augmentation du couplage ne fait pas toujours croître la tension d'excitation quand le tube est allumé, alors que la variation est régulière en l'absence de décharge.

Le régime de décharge qui s'établit dans un tube donné et, par conséquent, la polarité du tube et la grandeur de sa force électromotrice dépendent au total d'un grand nombre de facteurs dont certains réagissent les uns sur les autres : positions et dimensions des électrodes, intensité de l'excitation H. F., pression du gaz, fréquence de l'excitation, degré d'accord avec l'oscillateur du résonateur relié au tube, enfin ordre des opérations faites sur le tube. Je laisse de côté ces derniers facteurs pour examiner rapidement les plus simples.

2. La plupart des expériences ont été réalisées avec des électrodes externes cylindriques formées d'un ruban de laiton large de 10 mm environ; mais d'autres formes d'électrodes ont été essayées avec le tube 6, en particulier des plaques de cuivre percées d'un trou circulaire et enfilées sur le tube; dans l'ensemble, avec ces dernières, l'allure des

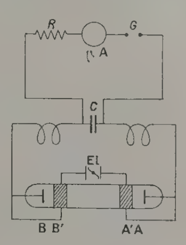


Fig. 8.

phénomènes est la même qu'avec les électrodes cylindriques.

La position des électrodes nécessaire pour avoir un courant notable est souvent très critique; alors que le courant était insignifiant, un déplacement d'une électrode de 1 ou 2 mm suffit à provoquer un changement de distribution et un débit important; des utilisateurs de sources d'ions en H. F. ont rencontré cette difficulté [11]. Il m'est impossible à l'heure actuelle de formuler des règles précises sur la disposition la plus favorable. On peut seulement noter que, dans un tube cylindrique, l'espace sombre principal se forme normalement du côté de l'électrode externe la plus rapprochée de l'électrode interne correspondante. Dans le tube 8, dont la partie médiane est plus étroite, il se situe au niveau de la petite électrode externe. On peut penser qu'il apparaît dans la zone du tube où le champ de haute fréquence a la plus grande intensité, ce que j'ai supposé dans l'article précédent.

Cependant cette conclusion n'est pas absolue et semble même mise en défaut par un autre montage (*fig.* 8) qui réalise ce que j'appellerai l'excitation bipolaire interne. Le résonateur est coupé en son milieu par un condensateur de capacité très supérieure à la capacité entre électrodes; le circuit à courant continu est rattaché aux armatures de ce condensateur. Avec les électrodes internes seules on a une décharge symétrique, donc pas de courant;

on crée la dissymétrie nécessaire en les reliant par des fils aussi courts que possible à des électrodes externes placées respectivement à des distances différentes; un courant apparaît dont le sens est déterminé comme dans le cas des électrodes distinctes; or la différence de potentiel H. F. entre les électrodes placées d'un même côté du tube doit être très faible. Avec ce montage on obtient cependant des forces électromotrices considérables.

J'ai aussi utilisé une excitation unipolaire en employant une seule électrode externe annulaire reliée à une extrémité du résonateur dont l'autre extrémité était équilibrée par une plaque métallique placée aussi loin que possible du tube. La décharge se développe à partir de l'électrode externe et c'est l'électrode interne voisine qui est normalement le pôle positif du tube. Il est plus difficile d'avoir de grandes valeurs de E_0 avec ce dispositif.

Une dissymétrie marquée de la décharge peut d'ailleurs exister avec une disposition des électrodes en apparence symétrique. Le cas s'est présenté pour les tubes 9 et 10 dont les caractéristiques (*fig.* 6) ont montré en outre que la distance des électrodes en rapport avec la longueur de la décharge peut n'avoir qu'une influence réduite sur le débit du tube. La différence de potentiel nécessaire pour l'excitation est d'ailleurs diminuée par l'allongement de la décharge, 181 V dans le tube long au lieu de 273 V dans le tube court pour un même débit.

J'ajoute enfin qu'une augmentation du diamètre du tube (emploi des tubes 7 et 12) n'est pas favorable; pour une excitation donnée, la dépendance de la forme de la décharge vis-à-vis de la position des électrodes est beaucoup moins stricte dans un tube large que dans un tube étroit.

3. En excitation bipolaire externe, à pression constante, en rapprochant progressivement l'oscillateur du résonateur relié au tube, on peut faire varier l'intensité de l'excitation H. F. en maintenant visiblement la même forme de décharge; on constate que la force électromotrice E_0 du tube croît en même temps que U_e; en général le rapport $\frac{E_0}{U_e}$ diminue à mesure que E_0 et U_e augmentent. Si le régime de décharge change, on a une autre gamme de valeurs du rapport; celui-ci peut prendre d'ailleurs toutes les valeurs depuis zéro jusqu'à des valeurs très supérieures à l'unité, alors que dans un simple phénomène de redressement il ne pourrait dépasser $\sqrt{2}$. Une série de mesures sur le tube 9 a donné des valeurs de E_0 qui allaient de 144 à 600 V pour des tensions d'excitation variant de 60 à 405 V, donc des valeurs du rapport $\frac{E_0}{U_e}$ allant de 2,40 à 1,48. Les valeurs les plus grandes sont obtenues pour des régimes où l'entretien de la décharge est assuré par une très faible différence de potentiel H.F.

Van Dorsten, d'après l'article déjà cité [12], en même temps qu'il déterminait le potentiel d'espace, avait fait des mesures du potentiel minimum d'entretien d'une décharge dans le néon ($p = 5$ mm, fréquence 6.10^7 c/s); il obtenait au milieu du tube un potentiel d'espace de + 21 V par rapport aux électrodes alors que l'amplitude de la tension d'entretien était seulement de 13,6 V. Un calcul simple montre que l'énergie maximum qu'un électron peut acquérir dans ces conditions est de 1,15 eV, valeur très inférieure au potentiel d'excitation minimum du néon (16,6 V). Van Dorsten en déduisait que l'accélération des électrons devait être due surtout au champ continu créé par les charges d'espace. Cette hypothèse paraît séduisante.

J'ai obtenu des valeurs encore plus remarquables avec le tube 10 employé dans les conditions indiquées sur la figure 9. Pour $U_e = 16,5$ V, on avait

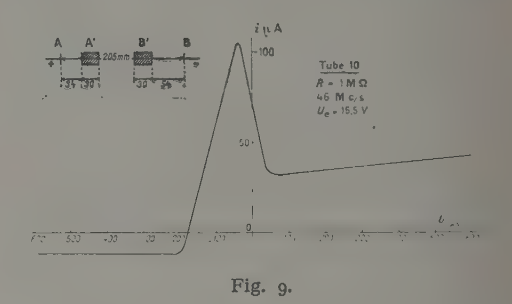


Fig. 9.

$E_0 = 180$ V, donc $\frac{E_0}{U_e} = 10,9$. La caractéristique montre que la valeur de E_0 était déterminée sans ambiguïté; je le précise car il arrive que le courant se maintienne au voisinage de zéro pour une variation importante de la tension U et il est alors impossible de faire une mesure valable. Parmi tous les tubes utilisés, ce sont les plus longs qui ont permis d'obtenir les potentiels d'entretien les plus faibles dans la vapeur de mercure saturante à la température de la salle et aussi les plus grandes valeurs du rapport $\frac{E_0}{U_e}$. Il convient de noter qu'à l'inverse du cas général les résultats portés sur la figure 9 ont été obtenus pour une décharge dont l'espace sombre principal se trouvait du côté de l'électrode externe la plus éloignée de l'électrode interne correspondante.

4. J'ai fait des essais étendus sur l'influence de la pression du gaz et de la fréquence de l'excitation; je ne donne ici que de brèves indications sur le rôle de ces facteurs.

Les essais en fonction de la pression ont porté sur l'hydrogène débarrassé de vapeur de mercure. Pour une fréquence d'excitation donnée, toutes les autres conditions étant les mêmes, on observe une forte augmentation du courant redressé dans certains domaines de pression; l'intensité du courant est d'autant plus grande que l'excitation est plus forte,

mais la valeur de la pression qui assure le maximum de l'intensité pour une valeur donnée de l'excitation H. F. ne dépend pas de la grandeur de cette excitation. Une inversion de polarité se produit pour certaines valeurs de la pression.

Des essais parallèles ont été faits pour différentes fréquences comprises entre 50 et 6 Mc/s, afin de rechercher si les zones favorables dépendaient de la fréquence du champ H. F. appliqué au gaz; ils ont montré un déplacement de la zone principale de débit vers des pressions plus élevées à mesure que la fréquence excitatrice décroît.

L'étude détaillée de ces phénomènes fera l'objet d'un autre article.

Conclusion. — Les expériences décrites permettent des rapprochements fructueux entre des résultats très divers qui, à ma connaissance, n'avaient pas encore été coordonnés. Elles montrent l'importance capitale des charges d'espace permanentes qui existent dans les décharges excitées sur ondes métriques; l'action du champ de haute fréquence se ramène à créer un certain état d'agitation des électrons qui sont balayés de régions bien déterminées de la décharge et c'est l'inertie des ions positifs qui permet l'établissement d'une distribution stable de charges d'espace.

Si ces conclusions sont valables dans mes expériences pour des fréquences allant de 50 à quelques Mc/s, il ne faudrait pas les étendre indûment aux décharges excitées dans des domaines de fréquences nettement différents, en particulier dans le domaine des ondes centimétriques qui ont donné lieu à de beaux travaux. On pourrait supposer, ainsi que l'avait déjà brièvement indiqué van Dorsten [12], qu'en raison de la très faible amplitude des mouvements des électrons, ceux-ci ne peuvent être chassés de la même façon de certaines régions de la décharge et que l'homogénéité de la charge d'espace est beaucoup mieux réalisée en U. H. F. qu'en H. F. En réalité il semble que d'autres phénomènes interviennent : Robinson [13] a pu mettre en évidence, en l'absence de toute tension continue, des courants d'électrons de plusieurs dizaines de milliampères dans une décharge excitée sur des fréquences variant de 500 à 900 Mc/s; Mitani [14] a également observé un courant continu dans une décharge sur microonde entre un cylindre et une électrode centrale. L'étude de ces faits ne peut manquer d'aider à une compréhension plus profonde du mécanisme de la décharge en haute fréquence.

En terminant ce second article, je tiens à remercier vivement mes collaborateurs successifs : Mlle S. Boyer, M. J. Gauch et Mlle I. Gazan, qui ont effectué des mesures longues et délicates avec beaucoup de soin et de dévouement. Leurs concours m'a été assuré par le Centre National de la Recherche Scientifique auquel je suis heureuse d'exprimer toute ma reconnaissance.

Manuscrit reçu le 2 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Chenot Mlle M. — *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 54.
[2] Gill E. W. B. et von Engel A. — *Proc. Roy. Soc.*, 1948, **192**, 446.
[3] Compton K. T. et Langmuir I. — *Rev. Mod. Physics*, 1930, **2**, 187.
[4] Banergi D. et Ganguli R. — *Phil. Mag.*, 1933, **15**, 676.
[5] Banergi D. et Bhattacherya D. — *Phil. Mag.*, 1934, **17**, 313.
[6] Robertson J. K. et Clapp C. W. — *Nature*, 1933, **132**, 479.
[7] Guntherschulze A. — *Z. Physik*, 1926, **36**, 563.
[8] von Hippel A. — *Ann. Physik*, 1926, **80**, 672.
[9] Langmuir I. — *Phys. Rev.*, 1913, **2**, 475.
[10] Chenot Mlle M. — *Ann. Phys.*, 1948, **3**, 316.
[11] de Lacoste Lareymondie M., Salmon J. et Wajsbrum J. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 117.
[12] van Dorsten A. C. — *Nature*, 1933, **132**, 675.
[13] Robinson C. F. — *Rev. Sc. Instr.*, 1950, **21**, 617.
[14] Mitani K. — *J. Phys. Soc. Jap.*, 1952, **7**, 634.

MESURE DE LA RÉPARTITION DES CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UNE CAVITÉ RÉSONNANTE

Par M. A. SEPTIER.

Sommaire. — Après avoir montré la possibilité de mesurer en valeurs relatives les champs électromagnétiques à l'intérieur d'une cavité résonnante de forme quelconque par une méthode de perturbations, l'auteur décrit un montage expérimental simple qui permet cette mesure. La sensibilité et la précision de la méthode sont déterminées grâce à l'emploi d'une cavité cylindrique calculable. L'auteur donne ensuite les premiers résultats obtenus avec une cavité du type « rhumbatron ».

Introduction. — La répartition des champs électromagnétiques stationnaires à l'intérieur d'une cavité résonnante n'est calculable que dans le cas de cavités de forme simple (parallélépipède rectangle, cylindre circulaire, cylindres coaxiaux, sphère et formes dérivées obtenues par sectionnement des cavités précédentes). Des méthodes de calcul numérique approché ont été utilisées pour tracer la carte des champs dans les cavités rentrantes des klystrons, mais elles sont longues et, nécessitant des hypothèses de départ simplificatrices, elles ne sont qu'approchées.

Pour les cavités de forme complexe, comme celles qui sont utilisées dans les accélérateurs linéaires de particules lourdes, aucun outil mathématique commode ne se présente, une méthode de mesure a dû être recherchée.

Principe de la méthode. — La déformation de la paroi conductrice d'une cavité résonnante provoque une variation Δf de la fréquence f_0 de résonance de cette cavité. Müller [1] et Grivet [2] ont donné l'expression de la variation Δf due à cette perturbation

$$\frac{2\,\Delta f}{f_0} = \frac{\int_v (\varepsilon^2 E - \mu H^2)\,\mathrm{d}v}{\int_V \varepsilon E^2\,\mathrm{d}V}, \tag{1}$$

où v représente le volume de la déformation (supposé infiniment faible), V celui de la cavité et $\int_V \varepsilon E^2\,\mathrm{d}V$ le double de l'énergie électromagnétique W emmagasinée dans la cavité.

De même, l'introduction dans une cavité d'un petit obstacle conducteur de volume v correspond encore à une perturbation de la répartition des champs dans un volume v et, par suite, la fréquence f_0 va varier de Δf, Δf étant une fonction des champs E et H. Par suite, on peut songer, en mesurant la valeur de cette variation Δf lorsqu'on déplace l'obstacle à l'intérieur de la cavité, en déduire la carte des champs électromagnétiques cherchée.

Müller [1], Maier et Slater [3] ont calculé dans le cas d'une sphère et d'ellipsoïdes de révolution autour de l'un ou de l'autre de leurs axes la valeur de cette perturbation Δf. Ils supposent pour cela les dimensions de l'obstacle petites devant la longueur d'onde, et sont ramenés par suite à des calculs de perturbations dans des champs considérés comme constants dans la région environnante. Partant alors de la formule (1) ils calculent tout d'abord la variation infinitésimale de fréquence Δf apportée par une variation de volume de l'obstacle plongé dans un champ uniforme E (ou H), puis en intégrant l'expression obtenue, lorsque son volume varie de o à v, ils arrivent à l'expression de la perturbation globale. Ayant les valeurs de Δf pour un champ E puis pour un champ H, le principe de superposition permet de calculer la perturbation totale.

Pour une sphère de rayon a, en prenant

$$\int_v E^2\,\mathrm{d}v = 1,$$

on a alors

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{3}{2} v \left(\varepsilon E^2 - \frac{1}{2} \mu H^2 \right) \tag{2}$$

ou

$$\frac{\Delta f}{f_0} = K_1 \left(E^2 - \frac{1}{2} \frac{\mu}{\varepsilon} H^2 \right). \tag{3}$$

Une petite sphère ne pourra renseigner que sur les variations de l'expression $\left(E^2 - \frac{1}{2} \frac{\mu}{\varepsilon} H^2 \right)$; dans les régions où le champ H est nul, on aura un moyen de connaître la répartition du champ électrique E seul. C'est, en particulier, le cas de la zone axiale des cavités résonnant sur un mode E, et des cavités des accélérateurs linéaires de particules. On aura sur l'axe, le champ électrique radial y étant nul :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = K_1 E_z^2. \tag{4}$$

D'autres obstacles peuvent être envisagés et l'on conçoit qu'une courte tige métallique très fine perturbera seulement la composante du champ

électrique qui lui est parallèle, tandis qu'un disque plan infiniment mince n'agira que sur les composantes électriques parallèles à sa surface, ou sur la composante magnétique qui lui serait perpendiculaire. Ces obstacles peuvent être assimilés à des ellipsoïdes de révolution longs ou aplatis, d'où l'intérêt des calculs de Maier et Slater.

Les résultats, dans le cas d'une ellipticité β très faible, sont les suivants :

Obstacles en « aiguille ». — La composante du champ électrique parallèle agit pratiquement seule. Pour $\beta = 0{,}03$, par exemple, l'action d'un tel obstacle, de demi-longueur a, est égale à 0,125 fois celle de la sphère de rayon a agissant sur la même composante. L'action des champs électriques perpendiculaires et magnétiques parallèles ou perpendiculaires ne dépasse pas encore $2 \cdot 10^{-3}$ fois celle de la sphère envisagée.

Obstacles en « disque ». — Pour β de quelques 10^{-3} l'action sur un champ électrique perpendiculaire et sur un champ magnétique parallèle à la surface du disque est nulle; celle sur un champ électrique parallèle et magnétique perpendiculaire est égale dans chaque cas à 0,43 fois celle de la sphère de même rayon. Ici l'épaisseur du disque joue sur les autres composantes un rôle plus sensible que dans le cas d'un obstacle en aiguille : il faudra toujours s'attacher à avoir des disques extrêmement minces.

En résumé, si l'on déplace dans une cavité de révolution les obstacles envisagés plus haut, on pourra tracer diverses cartes :

— avec la sphère, celle de

$$F_1(r, \theta, z) = K_1\left(E^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu}{\varepsilon}H^2\right)$$
$$= K_1\left[E_T^2 + E_z^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu}{\varepsilon}\left(H_T^2 + H_z^2\right)\right];$$

— avec l'aiguille, par exemple, celle de

$$F_2(r, \theta, z) = K_2 E_z^2,$$

puis celle de

$$F_3(r, \theta, z) = K_3 E_T^2$$

en explorant une direction perpendiculaire à la précédente;

— enfin, avec le disque,

$$F_4(r, \theta, z) = K_4\left(E_T^2 - \frac{1}{2}\frac{\mu}{\varepsilon}H_z^2\right).$$

Dans le cas simple où $H_z = 0$, trois cartes suffiront à déterminer la répartition des champs E_z, E_T et H_T.

Toutefois, nous n'aurons cette répartition qu'en valeur relative. Pour avoir une échelle arbitraire, on peut prendre, comme Maier et Slater, $2W = 1$, ou plus simplement (après mesure de E_z^2 sur l'axe)

$$E_{z\,\max}^2 = 1.$$

Dispositif expérimental. — La source haute fréquence utilisée est un klystron reflex K.R.117. Un générateur de tension en dent de scie permet, par application d'une telle tension au réflecteur du klystron, d'obtenir un balayage en fréquences linéaire et réglable, de l'ordre de quelques mégahertz.

Une partie de la puissance haute fréquence disponible est envoyée à un ondemètre de précision (CSF X 01) à travers un atténuateur. La tension détectée aux bornes d'une boucle couplée à l'ondemètre est amplifiée puis envoyée sur l'un des amplificateurs d'un oscilloscope bicourbe dont le balayage

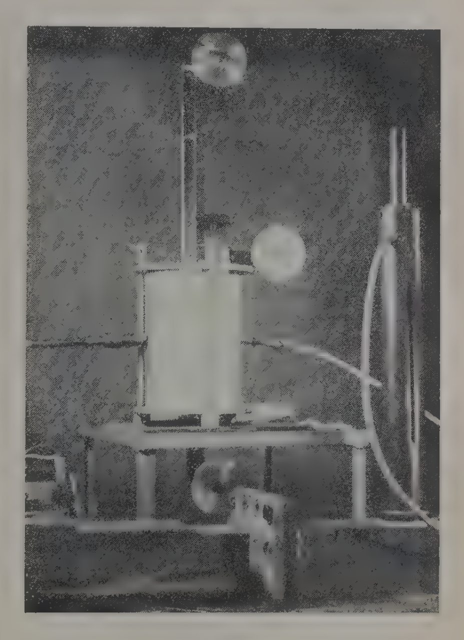


Fig. 1.

horizontal est synchronisé avec la tension appliquée au réflecteur du klystron. Le passage par la résonance se traduit par une courbe d'absorption classique très pointue (le facteur de qualité de l'ondemètre est d'environ 15 000). Une autre partie de la puissance haute fréquence est envoyée dans la cavité étudiée. Le courant prélevé par une boucle est détecté puis le signal résultant envoyé sur le deuxième amplificateur de l'oscilloscope. Si la fréquence de résonance de la cavité, f_0, se trouve dans la bande des fréquences d'oscillation du klystron, une deuxième courbe de résonance apparaît. En faisant coïncider les plans de symétrie des deux courbes, par action sur le tambour gradué de l'ondemètre, on mesure très facilement la fréquence de résonance f_0 de la cavité [4].

La cavité cylindrique étudiée en premier lieu avait un coefficient Q de l'ordre de 10 000, après

polissage poussé et argenture des parois. La sensibilité du montage *permettait des pointés reproductibles à 1/10e de division de l'ondemètre, c'est-à-dire à à 0,02 MHz près.*

Le déplacement de l'obstacle dans la cavité s'effectue verticalement. L'obstacle, bille, aiguille ou disque, est collé à un fil de nylon de 8/100e mm de diamètre tendu sur trois poulies. Un index solidaire du fil permet la mesure des déplacements à 0,1 mm près. La figure 1 montre le dispositif utilisé; la cavité cylindrique étudiée en premier lieu y est mise en place. La potence portant les poulies et le fil peut glisser latéralement, le déplacement pouvant être également mesuré à 0,1 mm près. Le fil reste vertical durant ce déplacement. Le calage des cavités est tel que leur axe (ou leur plan de symétrie s'il s'agit de cavités à symétrie cylindrique) est parfaitement parallèle au déplacement de l'obstacle.

Étude de la répartition du champ dans une cavité cylindrique circulaire. — 1. Nous avons tout d'abord construit une cavité cylindrique résonnant sur un mode simple, mais ayant des nœuds

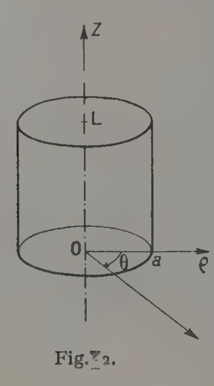


Fig. 2.

de champ électrique longitudinal E . Nous avons choisi le mode E_{102}.

Maier et Slater s'étaient bornés à vérifier leurs formules donnant Δf, avec une cavité résonnant avec le mode E_{010}, où le champ E_z est uniforme entre les faces circulaires, ce qui est un cas plus simple.

Les dimensions de notre cavité étaient les suivantes :

$$Ø = 100 \text{ mm}, \qquad L = 155,65 \text{ mm}.$$

Le calcul donne $f_0 = 3\,000$ MHz. Mais l'introduction des boucles de couplage et une légère erreur sur la réalisation de Ø amènent f_0 à la valeur $f_0 = 2\,978$ MHz. L'introduction du fil de nylon ne perturbait pratiquement pas f_0. La cavité était conçue démontable : deux flasques planes serrées fortement sur un cylindre. Du centre à la périphérie de chaque flasque une fente de 0,3 mm était ménagée dans un même plan méridien, pour le déplacement latéral du fil porte-obstacle, sans avoir à démonter la cavité et à changer les conditions d'alimentation. Cette fente ne perturbait pas le mode excité, les lignes de courant étant radiales. L'excitation se faisait par deux trous percés au milieu de la cavité, à une distance $\frac{L}{2}$ des faces, sur deux génératrices opposées, afin d'éviter les termes perturbateurs pouvant provenir du mode parasite H_{211} (ici 3 025 MHz).

Les équations des champs dans cette cavité sont les suivantes, avec la convention $E^2_{z\,\max} = 1$

$$\left.\begin{aligned}
E_z &= J_0\left(2,4048\,\frac{\rho}{a}\right)\cos 2\pi\,\frac{z}{L},\\
E_\rho &= -0,704\,J_1\left(2,4048\,\frac{\rho}{a}\right)\sin 2\pi\,\frac{z}{L},\\
E_\theta &= 0,\\
H_z &= H_\rho = 0,\\
H_\theta &= -0,00346\,J_1\left(2,4048\,\frac{\rho}{a}\right)\cos 2\pi\,\frac{z}{L},
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

où a est le rayon de la cavité et L sa longueur (*fig.* 2).

Nous voyons que les champs sont de révolution autour de Oz et que trois composantes seulement subsistent : E_z, E_ρ et H_θ.

Sur l'axe de la cavité, la méthode de perturbations permettra, avec une bille, de connaître E_z.

$$\Delta f_2 = F_2(z) = K_2 E_z^2.$$

En dehors, on obtiendra seulement la fonction

$$\Delta f_1 = F_1(z, \rho) = \left(E_z^2 + E_\rho^2 - \frac{1}{2}\,\frac{\mu}{\varepsilon} - H_\theta^2\right)K_1,$$

soit ici

$$\Delta f_1 = F_1(z, \rho) = K\left\{[J_0^2 - 1,556\,J_1^2]\cos^2 2\pi\,\frac{z}{L} + 0,704\,J_1^2\right\}.$$

Nous voyons immédiatement qu'il existe un cylindre de rayon tel que $\Delta f =$ const., quel que soit z. Un calcul graphique donne pour

$$J_0^2\left(2,4048\,\frac{\rho}{a}\right) = 1,556\,J_1^2\left(2,4048\,\frac{\rho}{a}\right),$$

$$\frac{\rho}{a} = 0,524,$$

soit si $a = 50$ mm

$$\rho = 26,2 \text{ mm}.$$

Il semble qu'une bille de très petit diamètre soit absolument nécessaire pour accroître la précision des pointés, mais on se heurte alors au manque de sensibilité du phénomène. Nous avons pris un diamètre de bille de $\varphi = 5$ mm, soit ici

$$\frac{\varphi}{\lambda_g} = 0,032$$

(λ_g, longueur d'onde dans la cavité), après quelques essais préliminaires. La variation $\Delta f_{\max}$ est alors de 1,6 MHz sur l'axe.

Les courbes obtenues sont parfaitement reproductibles, et l'on obtient facilement le pointé des maxima ou minima à un demi-millimètre près. La figure 3 donne la variation de Δf sur l'axe et les figures 3 *b*, *c*, *d*, *e*, les variations de $F_1(z, \rho)$ pour $\frac{\rho}{a} = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$. Nous avons porté plusieurs échelles d'ordonnées : à gauche les divisions de l'ondemètre, le zéro correspondant à $D = 25{,}33$; à droite les longueurs d'onde correspondantes et les Δf en mégahertz (une division de l'ondemètre correspond à 0,2 MHz). Enfin au centre une échelle graduée de 0 à 1 qui permet de reporter sur toutes ces courbes les points calculés, avec l'hypothèse $E^2_{z\,\max} = 1$ sur l'axe.

On voit qu'il y a un accord excellent entre $F_2(z)$ et la courbe théorique en $\cos^2 2\pi \frac{z}{L}$; de même l'accord est très bon pour $\frac{\rho}{a} = \frac{1}{4}$ entre la courbe $F_1\left(z, \frac{\rho}{a} = \frac{1}{4}\right)$ et les points calculés, ainsi que pour $\frac{\rho}{a} = \frac{3}{4}$ et $\frac{\rho}{a} = \frac{7}{8}$. L'accord est un peu moins bon pour $\frac{\rho}{a} = \frac{1}{2}$. L'erreur due à l'influence du diamètre assez fort de la bille est ici la plus grande : il y a erreur maximum dans la région centrale où la fonction

$$F_3(\rho) = K_3(J_0^2 - 1{,}556 J_1^2)$$

varie le plus rapidement. Ce phénomène entraîne également une erreur sur la détermination du point A où Δf est indépendante de z : l'expérience donne $\Delta f =$ const. pour $\rho = 27$ mm $\pm$ 0,2, soit un rayon supérieur de 1 mm à celui fourni par le calcul.

2. Nous avons exploré également la cavité avec des aiguilles cylindriques très fines $\left(\text{rapport } \frac{c}{a} \text{ très faible, d'où assimilation à des ellipsoïdes de révolution, en première approximation}\right)$.

Pour cela, un fil d'argent est collé sur le fil.

Nous avons essayé successivement deux fils : l'un T_1 de rayon 0,6 mm et de longueur 10 mm, l'autre T_2 de rayon 0,15 mm et de longueur 10 mm également.

Pour chacun d'eux, sur l'axe, la variation Δf_1 suit bien une loi en cos², la précision étant meilleure pour l'aiguille T_2 plus fine. Dans ce cas, la perturbation est de 1,6 MHz, c'est-à-dire la même que celle de la sphère de 5 mm de diamètre. D'après Maier et Slater, pour le cas considéré, on devrait avoir pour une ellipticité de 0,03

$$\Delta f_{(\text{aiguille de 10 mm})} = 8\,\Delta f_{(\text{aiguille de 5 mm})} = 8 \times 0{,}125 \times \Delta f_{(\text{sphère de 5 mm})},$$

soit

$$\Delta f_{(\text{aiguille de 10 mm})} = \Delta f_{(\text{sphère de 5 mm})}.$$

C'est donc une vérification excellente des formules données par ces auteurs.

Les pointés des maxima et minima sur le graphique donnant $\Delta f(z)$ se font avec autant de précision qu'avec une bille.

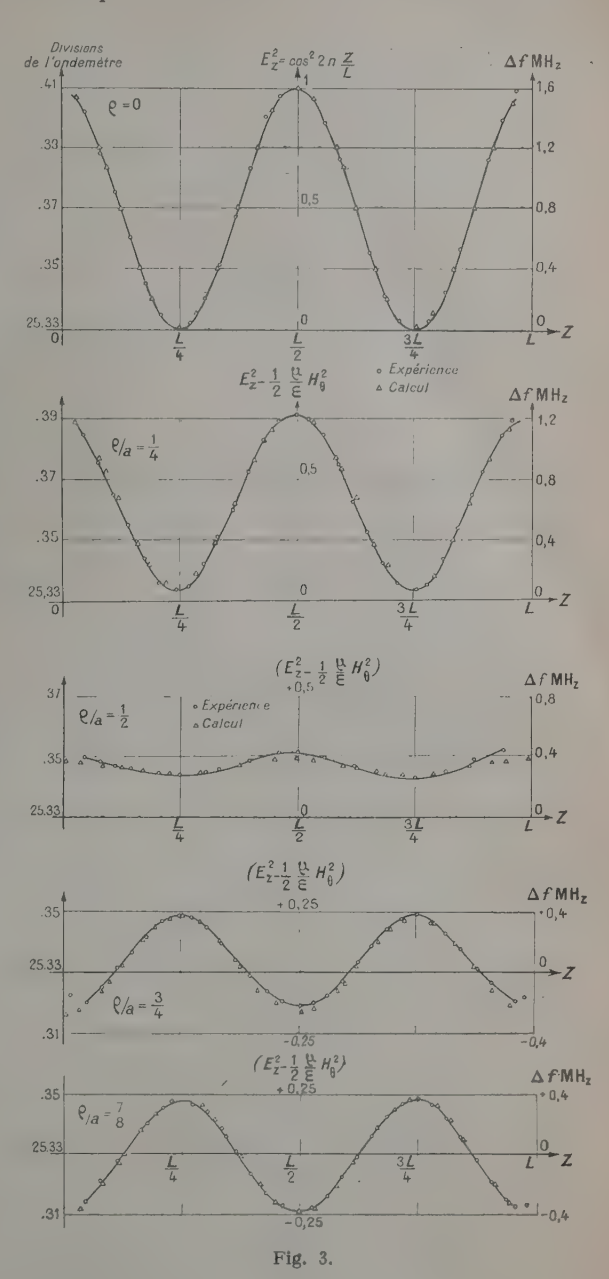


Fig. 3.

En dehors de l'axe, l'aiguille ne devrait mesurer que le champ E_z. Mais l'ellipticité non négligeable de $T_1\left(\frac{c}{a} = 0{,}12\right)$ introduit des perturbations dues à l'action de E et H.

Par suite, les Δf mesurés sont nuls pour $\frac{\rho}{a} = \frac{7}{8}$ et non pour $\frac{\rho}{a} = 1$. Si l'on porte sur le même graphique (*fig.* 4) les valeurs de $\Delta f_{max}\left(\text{pour } z = \frac{L}{2}\right)$ en

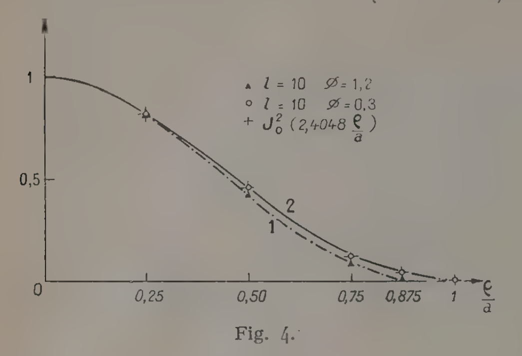


Fig. 4.

fonction de $\frac{\rho}{a}$, on trouve la courbe 1. Pour l'aiguille T_2, on obtient la courbe 2, qui décroît moins vite, et si l'on porte les points de la courbe $J_0^2\left(2{,}4\,\frac{\rho}{a}\right)$ qui donne les variations théoriques de $E^2_{z\,max}$ avec $\frac{\rho}{a}$, *on voit que pour l'aiguille* T_2 *les termes perturbateurs peuvent être considérés comme négligeables* : en prenant une aiguille d'ellipticité suffisamment faible (de 1 à 3 pour 100), on a le moyen de *mesurer en tout point d'une cavité, le champ électrique dont la composante est parallèle au grand axe de l'aiguille.*

3. Enfin, nous avons expérimenté avec des disques plans très minces (ellipticité 4 pour 100). La fixation de tels disques perpendiculairement au fil est très difficile. Nous y sommes parvenus en soudant au centre du disque un petit tube d'argent très court (*fig.* 5) dans lequel le fil est pincé en A et B, mais

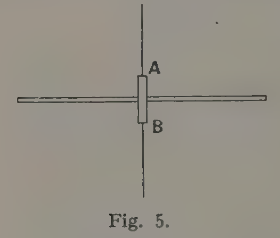


Fig. 5.

nous n'avons pu éliminer les termes aberrants dus à E_z. Sur l'axe, où Δf devrait être nulle, on a un résidu à variation sinusoïdale non négligeable. Le calcul des termes correctifs sur l'axe, effectué avec les formules de Maier et Slater donne :

1° pour le disque d'ellipticité trop forte ici (4 pour 100)

$$\Delta f_{1\,(\text{disque})} = 2.10^{-2}\,\Delta f_{(\text{bille de 5 mm})};$$

2° pour l'aiguille centrale de longueur 2 mm

$$\Delta f_{2\,(\text{tube de 2 mm})} = 10^{-2}\,\Delta f_{(\text{bille de 5 mm})};$$

soit dans notre cas une variation totale de

$$\Delta f_{(\text{parasite})} = 1{,}6.3.10^{-2}\,\text{MHz}, \quad = 0{,}048\,\text{MHz}.$$

L'expérience donne sur l'axe

$$\Delta f_{max} = 0{,}05\,\text{MHz},$$

ce qui constitue encore une très bonne vérification des formules théoriques.

Étude de la répartition du champ électrique dans une cavité rentrante à deux tubes. — Les accélérateurs à ions à ondes stationnaires les plus récents comportent une cavité cylindrique résonnant sur le mode E_{010}, sur l'axe de laquelle sont disposés des tubes de glissement de longueur variant avec la vitesse des ions (*fig.* 6). L'accélération a lieu

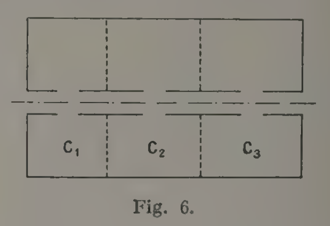


Fig. 6.

dans l'espace compris entre les tubes. L'ensemble peut donc être décomposé en cavités élémentaires juxtaposées, de longueur L telles que C_1, C_2, ... par des plans perpendiculaires à l'axe de la cavité. L'absence totale de champ électrique radial dans ces plans permet de les matérialiser par des parois conductrices pour l'étude d'une cavité élémentaire. Dans la cavité globale, on place dans ces plans les tiges de fixation des tubes centraux.

Des méthodes de calcul approché permettent de déterminer de manière approximative le champ longitudinal E_z sur l'axe d'une cavité élémentaire, si l'on suppose connue la répartition de E_z sur un cylindre quelconque. Des essais ont été tentés [5], [6] en supposant que ce champ est constant entre les bords des tubes. D'autre part, le champ radial E_ρ dans le proche voisinage de l'axe, est calculé par la relation de l'optique gaussienne : $E_\rho = -\rho.\frac{\partial Ez}{\partial \rho}$.

Une première approximation du mouvement des ions dans le proche voisinage de l'axe peut ainsi être obtenue; mais les faisceaux d'ions injectés à faible énergie divergent sous l'influence du champ radial et occupent progressivement tout l'espace intérieur des tubes : il faut donc pouvoir calculer les trajectoires dans une optique non gaussienne. La connaissance des champs E_z et E_ρ dans l'étendue totale de l'interstice est alors primordiale. De plus,

nous avons voulu déterminer l'importance de l'effet de pointe dû aux arêtes du tube de glissement (et vérifier ainsi le bien-fondé de l'hypothèse simplificatrice invoquée dans la méthode de calcul citée plus haut).

Nous avons construit une cavité rentrante à deux tubes symétriques ayant les dimensions suivantes (*fig.* 7) : $r_2 = 33$ mm, $r_1 = 6{,}5$ mm, $r_0 = 5$ mm,

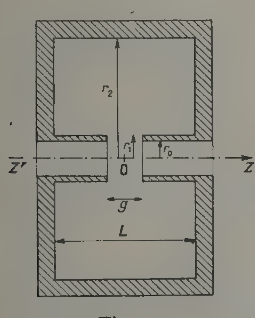


Fig. 7.

$L = 32{,}4$ mm et $g = 16{,}2$ mm. Cette cavité résonne sur le mode E_{010}, fortement perturbé par la présence de l'interstice pour $f_0 = 3\,000$ MHz. Elle a été fendue suivant deux génératrices opposées, et suivant un rayon de chacune des faces planes, ces

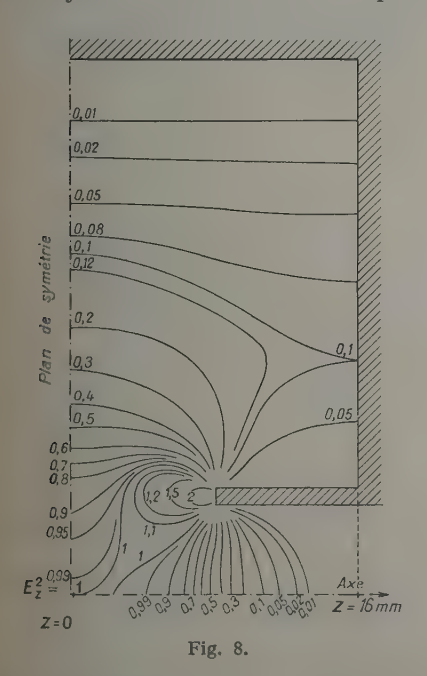


Fig. 8.

dernières fentes étant dans un même plan méridien. Ce double système de fentes permet l'exploration complète d'un plan méridien dans deux directions perpendiculaires, sans perturber les lignes de courants circulant dans les parois.

Avec le montage décrit plus haut, et en déplaçant une aiguille d'argent de 2 mm de longueur et de 0,05 mm de diamètre (ellipticité 2,5 pour 100), nous avons pu étudier la répartition de E_z et de E_ρ dans toute la cavité et en tracer les cartes complètes. La figure 8 montre par exemple, les courbes équichamp, numérotées selon les valeurs de E_z^2 avec la convention : $E_z^2 = 1$ au centre de l'interstice.

L'examen des cartes conduit aux conclusions suivantes :

1° *Pour* E_z :

— Dans un interstice large (de l'ordre de grandeur du diamètre des tubes), le champ E_z reste pratiquement constant sur une distance égale

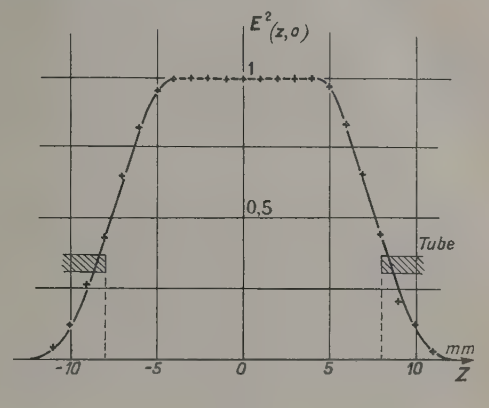


Fig. 9.

à la moitié de l'interstice et présente deux maxima peu accentués, supérieurs à 1, aux extrémités de ce palier (*fig.* 9);

— La valeur du champ est encore de 0,7 à l'aplomb des extrémités des tubes, mais ne s'étend pratiquement à l'intérieur de ceux-ci que sur une longueur égale à leur rayon;

— Dès qu'on s'écarte de l'axe, les deux maxima de E_z croissent très vite en s'écartant, alors que la valeur de E_z dans le plan de symétrie de la cavité décroît d'abord lentement pour $r \leq r_0$; puis très vite pour $r > r_1$. Les maxima sont les plus élevés dans le voisinage des extrémités des tubes, et *surtout à l'extérieur de ceux-ci*; le champ E_z peut y prendre des valeurs supérieures à 2 ($E_z^2 > 4$) (*fig.* 10).

Cet effet de pointe peut être légèrement atténué en arrondissant le bord des tubes ($E_z^2 \leq 3$ au lieu de $E_z^2 > 4$). Malgré cela, *pour* $r = r_0$, *le champ* E_z *entre les tubes n'est pas une constante, mais est uniformément décroissant lorsqu'on va du bord du tube au plan de symétrie*, et présente au milieu de l'interstice

une valeur voisine de 0,9. Le calcul du champ sur l'axe devra donc être réalisé à partir d'une répartition plus proche de la réalité; cette répartition conduira certainement à des formules approchées plus complexes [7];

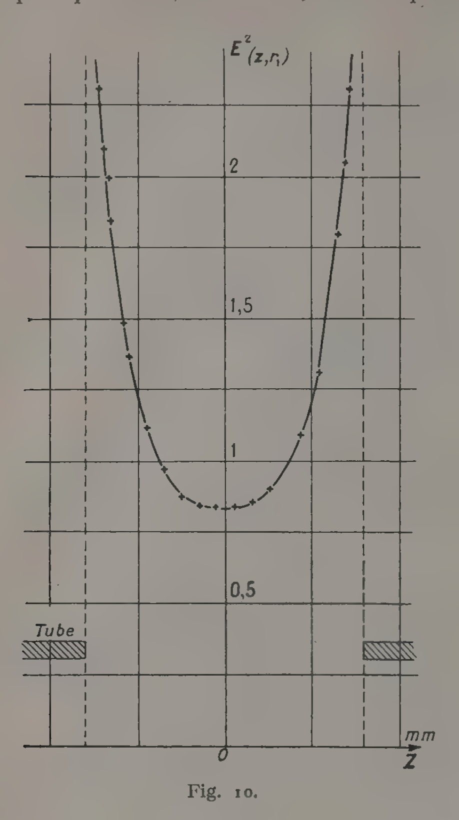


Fig. 10.

— En dehors des tubes, la répartition de E_z tend à devenir celle du monde E_{010} lorsqu'on s'approche de la paroi cylindrique, et on la retrouve pour $\frac{r}{r_0} = 0{,}75$ environ. Le champ E_z est maximum sur les parois planes pour $r = 13$ mm; sa valeur est alors de $E_z \# 0{,}3$. Le champ sur l'axe est donc trois fois plus fort que ce champ sur la paroi, qui, rappelons-le, est le seul mesurable par les méthodes ordinaires et dans le cas d'ondes plus longues (méthode du microphone condensateur en particulier). Cette possibilité de mesure du champ en un point de la cavité, non plus en valeur relative, mais en valeur absolue, peut donc permettre, si le besoin s'en fait sentir, de *graduer nos cartes en valeurs absolues*.

2° *Champ* E_ρ. — Le champ E_ρ doit son existence à la présence de la coupure : on doit donc s'attendre à une localisation poussée de ce champ. L'examen des cartes montre que E_ρ varie lentement dans l'intérieur des tubes, n'atteignant encore que $E\rho = 0{,}3$ pour $r = \frac{r_0}{2}$, qu'il prend ses plus fortes valeurs dans le voisinage des plans limitant les tubes à l'extérieur de ceux-ci (valeurs de l'ordre de 1,5 à 2). Sur la paroi intérieure des tubes, au voisinage de la coupure, il atteint environ 0,7. Il est nul sur l'axe, dans le plan de symétrie, sur une ligne joignant les extrémités des tubes et sur les faces en regard de ceux-ci.

Manuscrit reçu le 22 juin 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Müller J. — *Hochfrequenztechnik und Elektroakustik*, 1939, **54**, 157.
[2] Grivet P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, 71.
[3] Maier L. C. et Slater J. C. — *J. Appl. Phys.*, 1952, **23**, 68.
[4] Vastel P. — *Ann. Rad.*, 1952, **6**, 20.
[5] Bernard M. Y. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 1862 et 2175.
[6] Wang. — *J. Appl. Phys.*, 1945, p. 351.
[7] Chahid W. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **239**, p. 42.

MESURE DE LA PÉRIODE DU ThB (^{212}Pb)

Par J. TOBAILEM et J. ROBERT,
Institut du Radium, Laboratoire Curie.

Sommaire. — On a mesuré avec précision la période de décroissance du ThB à l'aide d'un dispositif différentiel de deux chambres d'ionisation en utilisant deux méthodes différentes : la méthode d'ionisation différentielle et la méthode des sources additionnelles. Les résultats obtenus dans les deux cas sont concordants. On trouve

$$T = 10,643 \pm 0,012 \text{ h}.$$

La Commission internationale réunie en 1931 [1] avait admis pour le ThB (^{212}Pb) une période de décroissance radioactive de 10,6 h, aucune limite d'erreur n'étant indiquée. Récemment P. Marin, G. R. Bishop et H. Halban [2] ont trouvé 10,64 ± 0,03 h en suivant pendant 30 heures la décroissance d'une source de dépôt actif de thorium à la chambre d'ionisation.

Nous avons essayé de préciser davantage la valeur de la période. La détermination a été effectuée en utilisant deux méthodes qui ont pu être ainsi comparées utilement :

1° La méthode différentielle directe en opérant par vitesse de déviation : le principe de cette méthode a été indiqué dans un travail antérieur [3];

2° La méthode des sources additionnelles de I. Curie et C. Chamié [4].

On a utilisé pour les mesures dans les deux cas le dispositif différentiel de deux chambres d'ionisation décrit précédemment [3]. Les sources de dépôt actif de thorium ont été obtenues en activant des petites feuilles de nickel portées à une tension négative de 1500 V et placées à quelques centimètres au-dessus d'une source de radiothorium, qui dégage le thoron. L'activation a été effectuée pendant deux jours soit pratiquement à saturation. On a attendu 16 heures [c'est-à-dire environ 16 fois la valeur de la période du ThC(^{212}Bi) : 1,01 h] avant le début de chacune des mesures. L'équilibre de régime entre le Th B et le Th C est alors réalisé à 10^{-5} près et certainement à beaucoup mieux si l'on tient compte du fait que pendant le temps d'accumulation du Th B, le Th C a aussi commencé à se former et se trouve même déjà pratiquement à l'équilibre. (L'équilibre entre le Th C et le Th C' et Th C'' est réalisé très rapidement étant donnée la très courte période de ces corps.)

De plus, quelques jours après les expériences, nous nous sommes assurés que les sources de dépôt actif de thorium utilisées ne présentaient plus du tout d'activité, une activité résiduelle ayant signifié la présence d'une impureté de période plus longue. On aurait pu craindre en particulier qu'un peu de Th X (^{224}Ra) (de période 3,64 jours) se fût déposé en même temps que le Th B sur la feuille de nickel pendant l'activation. De plus, le radiothorium, préparé à partir du mésothorium aurait pu contenir quelques traces de radium; alors un peu de Ra B (période 26,8 mn) se serait également déposé. Mais au bout des 16 heures d'attente après l'activation il se serait complètement détruit.

1. La méthode différentielle. — On a observé la décroissance du Th B pendant 10,5 h, c'est-à-dire environ une période, 32 séries de mesures ayant été faites pendant ce temps.

La source de compensation était une source de radium dont le rayonnement était filtré par un écran de 5 mm de plomb. On peut écrire la formule

$$\text{Log}\,\frac{I_0}{I_0 - i} = \lambda(t - t_0),$$

t_0 étant l'instant exact de l'équilibre, t le temps où l'on fait la mesure, ce temps étant évalué à partir d'une origine arbitraire (le début des mesures, voisin de l'équilibre : t_0 est petit); i représente le courant d'ionisation différentielle, c'est-à-dire la différence entre le courant d'ionisation produit dans l'une des deux chambres par la source de dépôt actif du thorium et celui que donne dans l'autre chambre la source de compensation de radium. I_0 est le courant d'ionisation dû à la source de compensation. On a utilisé une méthode de vitesse de déviation.

On a

$$\text{Log}\,\frac{V_0}{V_0 - v} = \lambda(t - t_0), \qquad \left(V_0 = \frac{SI}{C},\ v = \frac{Si}{C}\right),$$

S, sensibilité en tension du montage;
C, capacité électrostatique totale du circuit d'entrée,

ce qui peut s'écrire

$$\log\frac{V_0}{V_0 - v} = \frac{0,30103}{T}(t - t_0).$$

La pente de la droite

$$\log \frac{V_0}{V_0 - v} = f(t)$$

donne la période T.

On a représenté cette droite sur la figure 1.

L'analyse des résultats par la méthode des moindres carrés a conduit à la valeur

$$T = 10{,}66 \pm 0{,}03 \text{ h}$$

correspondant à

$$\lambda = (1{,}806 \pm 0{,}006) . 10^{-5} \text{ s}^{-1},$$

la précision obtenue est de $3 . 10^{-3}$.

2. La méthode des sources additionnelles. — C'est la méthode utilisée par I. Curie et C. Chamié pour la mesure précise de la constante radioactive

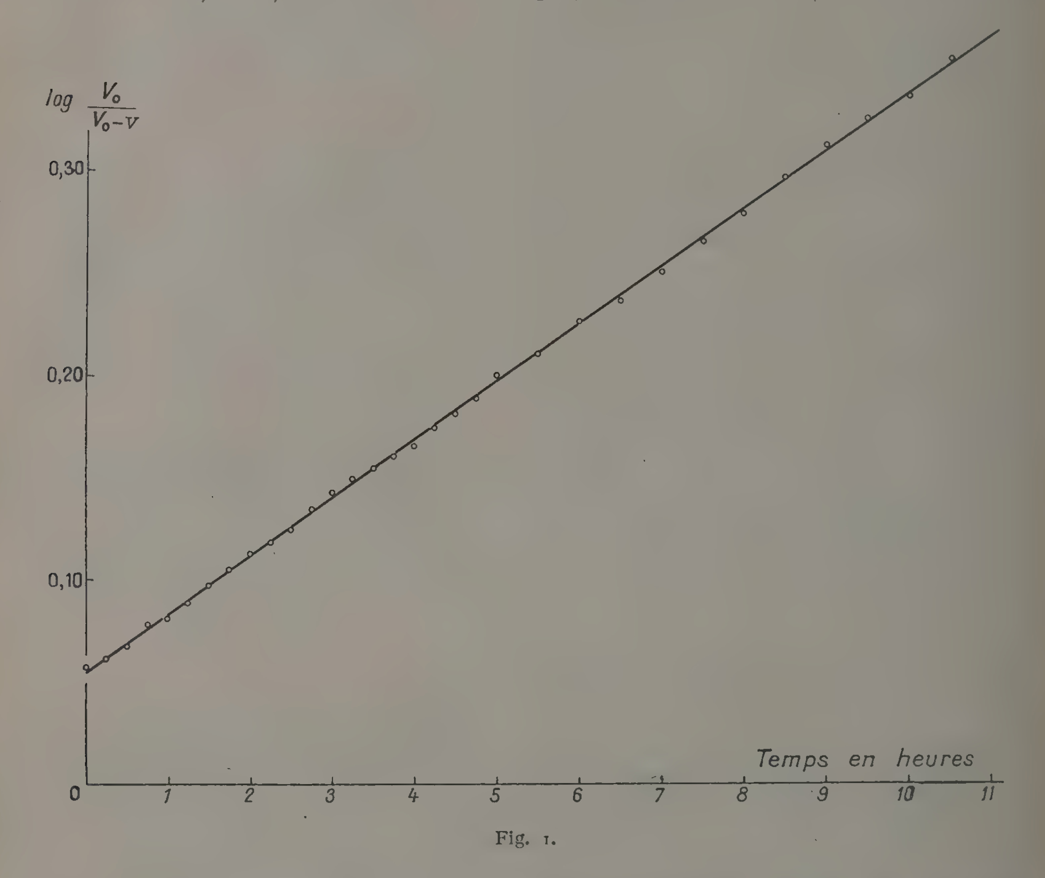


Fig. 1.

du radon en 1924 [4]. Rappelons le principe de la méthode :

Supposons que l'on puisse disposer de deux sources S_1 et S_2 du radioélément de période T à mesurer, ces deux sources ayant des intensités rigoureusement identiques. S étant une source de référence, on note l'instant précis où l'activité de S_1 (ou celle de S_2 qui est la même) est égale à celle de S. On note de même l'instant où l'activité de S_1 et S_2 ensemble égale celle de S. Si Δt est l'intervalle de temps qui sépare les deux coïncidences on a exactement $\Delta t = T$ période cherchée.

En pratique, il est difficile d'avoir des sources S_1 et S_2 absolument identiques. S_1 et S_2 auront des intensités de valeurs voisines I_1 et I_2. Appelons t_1, t_2, t, les instants où les activités de S_1, S_2 et $S_1 + S_2$ coïncident avec celle de S.

Si l'on pose

$$t - t_1 = \tau_1 \qquad \text{et} \qquad t - t_2 = \tau_2,$$

on a immédiatement :

$$2^{-\frac{\tau_1}{T}} + 2^{-\frac{\tau_2}{T}} = 1,$$

équation qui donne T, τ_1 et τ_2 étant déterminés expérimentalement. Cette formule est générale et valable même si les activités de S_1 et S_2 sont très différentes.

On résoud une telle équation par approximations successives.

Dans le cas où S_1 et S_2 ont des intensités de valeur très voisines, si l'on pose $t_m = \frac{t_1 + t_2}{2}$, on a en première approximation $T = t - t_m$.

Appelons $\Delta\tau_1$ et $\Delta\tau_2$ les erreurs relatives à τ_1 et τ_2, erreurs calculées à partir des incertitudes sur les instants des coïncidences t_1, t_2, t. On obtient facilement la formule donnant ΔT

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2^{-\frac{\tau_1}{T}} \Delta\tau_1 + 2^{-\frac{\tau_2}{T}} \Delta\tau_2}{2^{-\frac{\tau_1}{T}} \tau_1 + 2^{-\frac{\tau_2}{T}} \tau_2}.$$

Pratique des mesures. — Les sources de dépôt actif de thorium constituées par des petites feuilles de nickel sont collées sur des petits supports rectangulaires en plexiglass que l'on peut eux-mêmes fixer côte à côte et d'une façon bien définie sur un support principal. Appelons I et II les deux positions possibles des sources sur ce support.

a. La source 1 est fixée dans la position I, un support inactif semblable à celui de la source 2 dans la position II, on note l'instant t_1 de la coïncidence;

b. La source 2 est placée dans la position II, et un support inactif dans la position I. On note l'instant t_2;

c. La source 1 est fixée dans la position I, la source 2 dans la position II. On note t.

Le système de supports est réalisé de telle manière que les erreurs possibles du fait du déplacement des sources soient rendues négligeables.

Pour déterminer les temps t_1, t_2, t, on a opéré par compensation. Le courant produit dans une des deux chambres d'ionisation par une source de dépôt actif de thorium est compensé par celui produit dans l'autre chambre par une source de radium d'intensité I_0. Au moment où les intensités des sources S_1, S_2, puis S_1 et S_2 ensemble, passent par la valeur I_0, le courant différentiel i s'annule. Pour déterminer le point exact de la coïncidence, on suit la variation du courant i au voisinage de celle-ci et l'on obtient le point cherché par extrapolation, à partir des points voisins. Les points sont déterminés par vitesse de déviation. Écrivons :

$$\log \frac{V_0}{V_0 - v} = \frac{0{,}30103}{T}(t - t_0),$$

ce qui peut s'écrire, en posant $y = \log \frac{V_0}{V_0 - v}$, $x = t$:

$$y = ax + b.$$

Les points y obtenus doivent être alignés.

$$y = 0 \quad \text{pour} \quad x = t_0 = -\frac{b}{a} \qquad (t_0 : \text{coïncidence}).$$

La détermination de a et b donne t_0.

Les figures 2, 3 et 4 montrent les courbes qui permettent de déterminer t_1, t_2, t.

L'analyse des résultats ainsi que le calcul d'erreurs sont effectués par la méthode des moindres carrés.

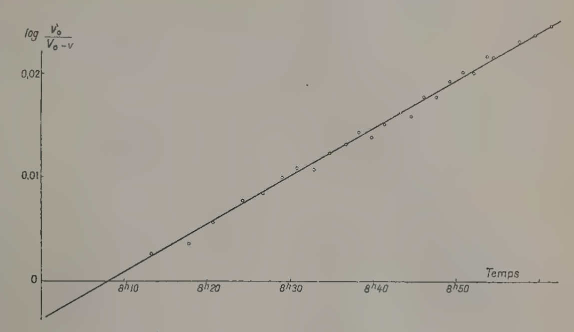


Fig. 2. — Détermination de t_1.

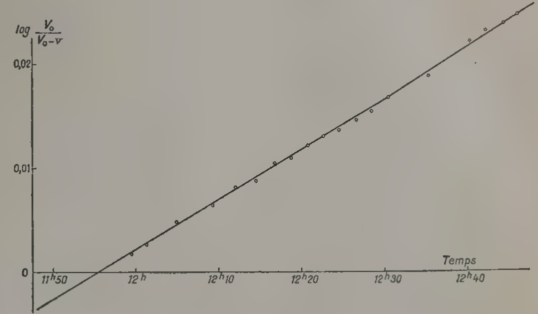


Fig. 3. — Détermination de t_2.

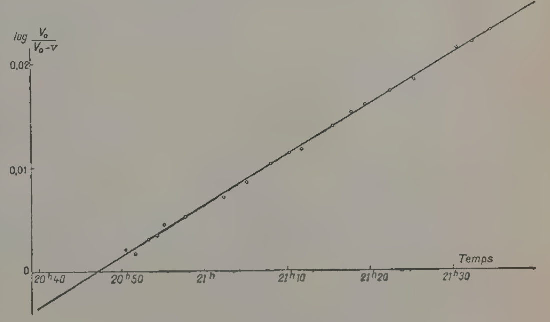


Fig. 4. — Détermination de t.

Nous avons, en outre, observé directement les instants où la vitesse de déviation différentielle v s'annule, et les valeurs obtenues sont en bon accord avec celles que donnent les courbes et les calculs.

Les résultats pour les temps de passage des intensités des sources à la valeur I_0 sont indiqués dans le tableau suivant : la troisième colonne donne les valeurs de ces temps en minutes, l'origine des temps étant alors le premier temps de passage.

Sources	Temps de passage.			
1	8 h	7 mn	55 s	0
2	11	55	28	227,55
1 + 2	20	47	9	759,23

On en déduit τ_1 et τ_2 :

$$\tau_1 = 759,23 \text{ mn}, \qquad \tau_2 = 531,68 \text{ mn}.$$

On obtient comme valeur de la période :

$$T = 10,641 \pm 0,013 \text{ h},$$

la valeur de la constante radioactive λ est :

$$\lambda = (1,809_4 \pm 0,002_2).10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

La précision est de $1,2.10^{-3}$.

Le résultat est en accord avec celui donné par la première méthode.

En combinant les deux résultats on obtient en définitive

$$T = 10,643 \pm 0,012 \text{ h},$$
$$\lambda = (1,809_1 \pm 0,002_0).10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

Cette valeur de la période est en excellent accord avec celle indiquée par P. Marin, G. R. Bishop et H. Halban [2].

La deuxième méthode apparaît donc comme plus précise; toutefois elle n'est intéressante et facilement applicable que pour les périodes courtes (de quelques heures à quelques jours); de plus, la pratique des mesures est un peu plus délicate et l'on doit prendre de grandes précautions pour ne pas introduire d'erreurs systématiques du fait de la manipulation des sources en cours d'expérience.

Manuscrit reçu le 28 mai 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] International Radium Standard Commission Report. *Rev. Mod. Physics*, 1931, **3**, 427.
[2] Marin P., Bishop G. R. et Halban H. — *Proc. Phys. Soc.*, 1953, **66**, 608.
[3] Tobailem J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 1360.
[4] Curie I. et Chamié C. — *J. Physique Rad.*, 1924, **5**, 238.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM TOME 16, FÉVRIER 1955, PAGE 118.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE DES SYSTÈMES CYLINDRIQUES PRÉSENTANT UN PLAN DE SYMÉTRIE.

I. L'APPROXIMATION DU PREMIER ORDRE.

Par Michel LAUDET,
Faculté des Sciences de Toulouse.

Sommaire. — Nous nous proposons d'étudier les trajectoires électroniques dans un système cylindrique présentant un plan de symétrie. Le champ électromagnétique de tels systèmes ne dépend que de deux variables; nous les désignerons par y et z et nous prendrons comme plan des xz le plan de symétrie

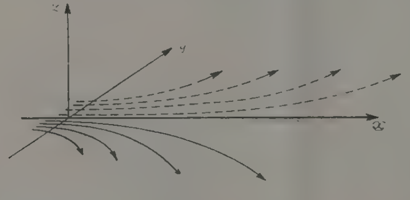


Fig. 1.

du système (*fig.* 1). La méthode adoptée est celledes équations de Lagrange. Elle permet de déterminer d'abord le trajet des particules dans le cas de l'approximation du premier ordre, puis de calculer les aberrations suivant un schéma méthodique d'approximations successives. Nous nous limiterons dans cet article au cas de l'approximation du premier ordre. Nous traiterons, dans un second article, les aberrations chromatiques et les aberrations du troisième ordre.

1. Équations générales des trajectoires et développement en série du lagrangien. — 1° ÉQUATIONS GÉNÉRALES DES TRAJECTOIRES. — Le lagrangien des systèmes à deux variables a pour expression

$$F(x, y, y', z') = \sqrt{(V+\varepsilon)+\alpha(V+\varepsilon)^2}\sqrt{1+y'^2+z'^2} \pm \gamma z' A_z,$$

avec

$$\gamma = \sqrt{\frac{|q|}{2m_0}}, \qquad \alpha = \frac{|q|}{2m_0c^2};$$

$(V+\varepsilon)$ est le potentiel scalaire et **A** le potentiel vecteur du champ électromagnétique. ε est la tension d'accélération de la particule, q sa charge, m_0 sa « masse propre » et c la vitesse de la lumière dans le vide. Les signes (+) et (—) correspondent respectivement à des charges positives et négatives et les accents désignent les dérivées par rapport à la variable x.

F peut s'écrire encore :

$$F = (V+\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\{1+\alpha(V+\varepsilon)\}^{\frac{1}{2}}(1+y'^2+z'^2)^{\frac{1}{2}} \pm \gamma z' A_z, \quad (1)$$

le terme correctif

$$\{1+\alpha(V+\varepsilon)\}^{\frac{1}{2}}$$

est dû à la relativité. L'approximation newtonienne est obtenue en négligeant les termes en α.

Les équations rigoureuses de la trajectoire s'écrivent :

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{\partial F}{\partial y'}\right\} - \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \qquad \frac{d}{dx}\left\{\frac{\partial F}{\partial z'}\right\} = 0.$$

Ces relations sont trop compliquées pour être utilisées sous cette forme à partir de l'expression (1) du lagrangien. Pour pouvoir intégrer commodément ces équations, il est nécessaire de développer la fonction F suivant les puissances croissantes des variables y, y', z'.

2° DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DU LAGRANGIEN. — *a. Expression du potentiel scalaire* $V+\varepsilon$ *et du potentiel vecteur* A. — La connaissance du potentiel sur l'axe

$$V(x, 0)+\varepsilon = f(x) \quad (2)$$

permet le calcul du potentiel $V(x, y)+\varepsilon$ dans tout l'espace ([1]). Sous forme de développement en série, on obtient :

$$V(x, y)+\varepsilon = f(x) - \frac{y^2}{2!}\left(\frac{d}{dx}\right)^2 f(x) + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{y^{2n}}{(2n)!}\left(\frac{d}{dx}\right)^{2n} f(x). \quad (3)$$

Le même développement demeure valable pour le potentiel scalaire magnétique $V^*(x, y)$. On en déduit les composantes du champ magnétique **H** :

$$H_x(x, y) = -\frac{\partial V^*}{\partial x} = H_x(x, 0) - \frac{y^2}{2!}\left(\frac{d}{dx}\right)^2 H_x(x, 0) + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{y^{2n}}{(2n)!}\left(\frac{d}{dx}\right)^{2n} H_x(x, 0),$$

$$H_y(x, y) = -\frac{\partial V^*}{\partial y} = -y\left(\frac{d}{dx}\right) H_x(x, 0) + \frac{y^3}{3!}\left(\frac{d}{dx}\right)^3 H_x(x, 0) - \ldots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1} \frac{y^{2n+1}}{(2n+1)!}\left(\frac{d}{dx}\right)^{2n+1} H_x(x, 0),$$

$$H_z(x, y) = -\frac{\partial V^*}{\partial z} = 0.$$

Le potentiel vecteur **A** correspondant s'écrit

$$A_x = A_y = 0,$$

$$\frac{1}{\mu_0} A_z = y H_x(x, 0) - \frac{y^3}{3!}\left(\frac{d}{dx}\right)^2 H_x(x, 0) + \ldots$$

comme $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$, on peut écrire encore

$$\left.\begin{aligned} &A_x = A_y = 0,\\ &A_z = y B_x(x, 0) - \frac{y^3}{3!}\left(\frac{d}{dx}\right)^2 B_x(x, 0) + \ldots\\ &\quad = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{y^{2n+1}}{(2n+1)!}\left(\frac{d}{dx}\right)^{2n} B_x(x, 0). \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

b. Développement en série du lagrangien. — De la relation (3) on déduit :

$$(V+\varepsilon)^{\frac{1}{2}} = f^{\frac{1}{2}} - \frac{f''}{4f^{\frac{1}{2}}}y^2 + \left\{\frac{f''}{3} - \frac{f''^2}{2f}\right\}\frac{y^4}{16f^{\frac{1}{2}}} - \ldots,$$

$$\{1+\alpha(V+\varepsilon)\}^{\frac{1}{2}} = (1+\alpha f)^{\frac{1}{2}} - \frac{\alpha f''}{4(1+\alpha f)^{\frac{1}{2}}}y^2 + \left\{\frac{\alpha f^{\text{IV}}}{3} - \frac{\alpha^2 f''^2}{2(1+\alpha f)}\right\}\frac{y^4}{16(1+\alpha f)^{\frac{1}{2}}},$$

d'où

$$(V+\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\{1+\alpha(V+\varepsilon)\}^{\frac{1}{2}} = S - My^2 + Ny^4 - \ldots, \quad (5)$$

avec

$$\left.\begin{aligned} S &= f^{\frac{1}{2}}(1+\alpha f)^{\frac{1}{2}},\\ M &= \frac{f''}{4S}(1+2\alpha f),\\ N &= \frac{1}{16S}\left\{\frac{f^{\text{IV}}(1+2\alpha f)}{3} - \frac{f''^2}{2S^2}\right\}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

En désignant par B l'induction dans le plan de symétrie et en tenant compte de (4), on obtient

$$\pm\gamma z' A_z = \pm\gamma y z'\left\{B - \frac{y^2}{6}B'' + \ldots\right\}. \quad (7)$$

D'autre part, on a

$$\{1+y'^2+z'^2\}^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}(y'^2+z'^2) - \frac{1}{8}(y'^2+z'^2)^2 + \ldots. \quad (8)$$

([1]) *Voir* E. DURAND, Électrostatique et Magnétostatique, Masson, Paris, p. 367.

En portant (5), (7) et (8) dans (1), on obtient le développement en série du lagrangien

$$F(x, y, y', z') = F_0 + F_2 + F_4 + \dots$$

avec

$$F_0 = S,$$

$$F_2 = -My^2 + \frac{S}{2}(y'^2 + z'^2) \pm \gamma B y z', \tag{9}$$

$$F_4 = Ny^4 - \frac{M}{2} y^2 (y'^2 + z'^2) - \frac{S}{8}(y'^2 + z'^2)^2 - (\pm)\frac{\gamma B''}{6} y^3 z', \tag{10}$$

l'indice i indiquant le degré du terme F_i.

Le terme F_0 ne joue aucun rôle car les dérivées $\frac{\partial F_0}{\partial y}$, $\frac{\partial F_0}{\partial y'}$, $\frac{\partial F_0}{\partial z'}$ qui figurent dans l'équation des trajectoires sont nulles. Le terme F_2 correspond à l'approximation du premier ordre, et le terme en F_4 nous donnera les aberrations du troisième ordre.

Remarquons que, dans le cas d'une lentille purement magnétique, c'est-à-dire pour laquelle le potentiel scalaire est constant, les relations (6) se réduisent à

$$S = \varepsilon^{\frac{1}{2}}(1 + \alpha\varepsilon)^{\frac{1}{2}},$$
$$M = N = 0.$$

Dans le cas d'un champ purement électrique, on aura :

$$B = 0, \qquad B'' = 0.$$

2. L'approximation du premier ordre. — 1° Les équations différentielles des trajectoires. — Elles sont obtenues en ne conservant dans l'expression du lagrangien que les termes du second ordre. Les équations différentielles de la trajectoire s'écrivent dans ces conditions :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{\frac{\partial F_2}{\partial y'}\right\} - \frac{\partial F_2}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{\frac{\partial F_2}{\partial z'}\right\} = 0,$$

soit, en tenant compte de (9),

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{Sy'\} + 2My - (\pm)\gamma B z' = 0, \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{Sz' \pm \gamma B y\} = 0. \tag{12}$$

La relation (12) fournit l'intégrale première

$$z' = \frac{C}{S} - (\pm)\frac{\gamma B}{S} y \qquad (C = \text{const.}). \tag{13}$$

En portant (13) dans (11) et en posant

$$T = -\frac{1}{S}(2MS + \gamma^2 B^2), \tag{14}$$

on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{Sy'\} - Ty = \pm C\frac{\gamma B}{S}. \tag{15}$$

2° Représentation d'une trajectoire quelconque par trois trajectoires particulières. — Désignons par y_0 et z_0 les coordonnées d'un point objet dans le plan de front qui le contient (*fig.* 2).

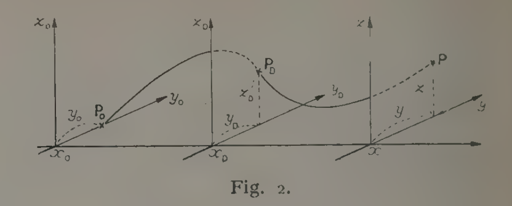


Fig. 2.

Le système étant cylindrique on peut, sans nuire à la généralité, poser $z_0 = 0$.

A un point objet correspond une infinité de trajectoires. Nous individualiserons chacune d'elles en nous donnant les coordonnées y_D et z_D du point où elle coupe un certain plan de front pris comme plan du diaphragme.

Soient enfin y et z les coordonnées du point où cette trajectoire calculée dans le cas de l'approximation du premier ordre couperait un plan de front pris pour plan d'observation.

Soient $h(x)$ et $k(x)$ deux solutions de l'équation homogène

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{Sy'\} - Ty = 0 \tag{16}$$

telles que l'on ait

$$h(x_0) = 0, \qquad k(x_0) = 1,$$
$$h(x_D) = 1, \qquad k(x_D) = 0,$$

et soit $l(x)$ une solution de l'équation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{Sy'\} + Ty = \pm\frac{\gamma B}{S}, \tag{17}$$

nulle pour $x = x_0$ et $x = x_D$ (*fig.* 3).

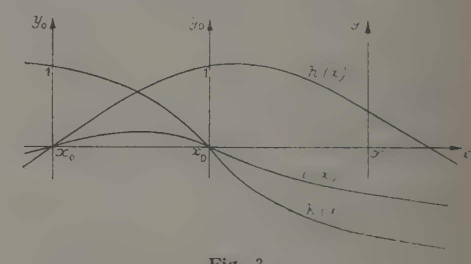


Fig. 3.

L'intégrale de l'équation (15) satisfaisant aux conditions

$$y(x_0) = y_0, \qquad y(x_D) = y_D$$

s'écrit

$$y = y_0 k + y_D h + Cl. \tag{18}$$

En portant (18) dans (13), on obtient

$$z' = -(\pm)\frac{\gamma B}{S} k y_0 - (\pm)\frac{\gamma B}{S} h y_D + \frac{1 - (\pm)\gamma B l}{S} C; \tag{19}$$

z et C seront effectivement liés si

$$1-(\pm)\gamma B l \neq 0, \tag{20}$$

c'est-à-dire si $\frac{1}{\pm\gamma B}$ n'est pas solution de (17). Supposons que la condition (20) soit remplie. L'intégration de (19) donne

$$z = y_0\alpha + y_D\beta + C\delta, \tag{21}$$

avec

$$\alpha = -\int_{x_0}^{x} \frac{\pm\gamma B}{S} k \, dx,$$

$$\beta = -\int_{x_0}^{x} \frac{\pm\gamma B}{S} h \, dx,$$

$$\delta = \int_{x_0}^{x} \frac{1-(\pm)\gamma B l}{S} dx.$$

Déterminons la constante C par la condition

$$z(x_D) = z_D.$$

On trouve

$$C = -\frac{1}{\delta_D}(y_0\alpha_D + y_D\beta_D - z_D). \tag{22}$$

En portant (22) dans (18) et dans (21), on obtient

$$y = y_0\left(k - l\frac{\alpha_D}{\delta_D}\right) + y_D\left(h - l\frac{\beta_D}{\delta_D}\right) + z_D\frac{l}{\delta_D},$$

$$z = y_0\left(\alpha - \delta\frac{\alpha_D}{\delta_D}\right) + y_D\left(\beta - \delta\frac{\beta_D}{\delta_D}\right) + z_D\frac{\delta}{\delta_D},$$

soit, pour simplifier les notations :

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0\, a_1(x) + y_D\, a_2(x) + z_D\, a_3(x), \\ z &= y_0\, b_1(x) + y_D\, b_2(x) + z_D\, b_3(x). \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

3° Correspondance objet-image. — Pour qu'il y ait stigmatisme il faudrait que, pour une certaine valeur x_i de x, on ait simultanément

$$a_2(x_i) = 0, \qquad a_3(x_i) = 0;$$
$$b_2(x_i) = 0, \qquad b_3(x_i) = 0;$$

ce qui n'est pas possible.

Considérons les différentes trajectoires des particules émises par un point objet et venant percer le plan du diaphragme le long d'une droite (*fig.* 4) d'équation

$$y = y_D.$$

Les coordonnées (x, y) des points où ces trajectoires coupent le plan d'observation sont obtenues en éliminant z_D entre les deux équations (23). On trouve

$$z = \frac{b_3}{a_3} y - \frac{a_1 b_3 - b_1 a_3}{a_3} y_0 - \frac{a_2 b_3 - b_2 a_3}{a_3} y_D. \tag{24}$$

C'est l'équation d'une droite dont le coefficient angulaire

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{b_3}{a_3} = \frac{1}{l}\int_{x_0}^{x} \frac{1-(\pm)\gamma B l}{S} dx \tag{25}$$

est indépendant de y_0 et de y_D.

Il en résulte que, si l'on déplace la fente d'équation $y = y^D$ parallèlement à elle-même, la droite précédente se déplace dans le plan d'observation en demeurant également parallèle à elle-même. On obtiendrait un résultat analogue en déplaçant le point objet.

La droite précédente sera indépendante de la position de la fente diaphragme si l'équation (24) est indépendante de y_D, c'est-à-dire si l'on a

$$a_2 b_3 - b_2 a_3 = 0,$$

soit

$$h_i \int_{x_0}^{x_i} \frac{1-(\pm)\gamma B l}{S} dx + l_i \int_{x_0}^{x_i} (\pm)\frac{\gamma B}{S} h \, dx = 0. \tag{26}$$

Toutes les trajectoires issues du point objet y_0 coupent le plan de front x_i, défini par (26) suivant une droite unique que l'on peut considérer comme « l'image » du point objet. L'équation (26) peut

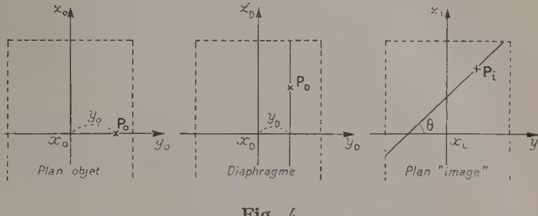


Fig. 4.

être considérée comme l'équation de conjugaison entre les plans de front « objet » et « image ».

Contrairement aux systèmes de révolution, on n'a pas une correspondance ponctuelle objet-image, mais une correspondance point-droite.

On peut donner à la condition (26) une forme plus simple qui se prêtera mieux aux calculs numériques.

Les fonctions $h(x)$ et $l(x)$ satisfaisant respectivement aux équations (16) et (17), on a

$$\frac{d}{dx}\{Sh'\} - Th = 0,$$

$$\frac{d}{dx}\{Sl'\} - Tl = \pm\frac{\gamma B}{S}.$$

Multiplions la première équation par l et la seconde par h et retranchons membre à membre ces deux égalités, on a

$$\frac{d}{dx}\{S(hl' - h'l)\} = \pm\frac{\gamma B}{S} h;$$

en tenant compte des conditions initiales

$$h(x_0) = 0, \qquad l(x_0) = 0,$$

on obtient

$$S(hl' - h'l) = \int_{x_0}^{x} \pm\frac{\gamma B}{S} h \, dx; \tag{27}$$

en portant (27) dans (26), on trouve

$$h_i \int_{x_0}^{x} \frac{1-(\pm)\gamma B l}{S}\,\mathrm{d}x + S_i l_i (h_i l_i' - h_i' l_i) = 0. \quad (28)$$

D'autre part, la comparaison de (28) et de (25) donne pour coefficient angulaire de la droite image

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{S_i}{h_i}(h_i l_i' - l_i h_i').$$

4° Objet « éclairé » par un faisceau parallèle a l'axe Ox. — Proposons-nous de déterminer la trajectoire d'une particule issue d'un point de coordonnées $x_0\, y_0\, z_0$ et dont la vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ est normale au plan de front x_0 (*fig.* 5).

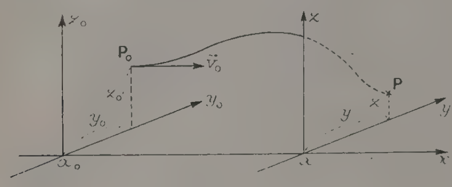


Fig. 5.

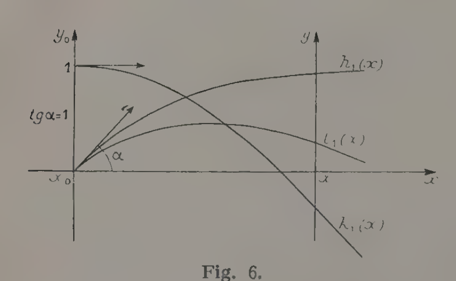


Fig. 6.

Désignons par y et z les coordonnées du point où cette trajectoire perce le plan de front d'abscisse x.

Les conditions initiales relatives à cette trajectoire s'écrivent :

$$y(x_0) = y_0, \qquad y'(x_0) = 0, \quad (29)$$

$$z(x_0) = z_0, \qquad z'(x_0) = 0. \quad (30)$$

La relation (13) donne, en tenant compte de (29) et de (30),

$$C = \pm\gamma B_0 y_0. \quad (31)$$

Soient h_1 et k_1 deux solutions de l'équation (16) et l_1 une solution de (17) satisfaisant aux conditions (*fig.* 6)

$$\left.\begin{matrix} h_1(x_0) = 0, & k_1(x_0) = 1, & l_1(x_0) = 0; \\ h_1'(x_0) = 1, & k_1'(x_0) = 0, & l_1'(x_0) = 1. \end{matrix}\right\} \quad (32)$$

L'intégrale générale de (15) s'écrit, en tenant compte de (31),

$$y = C_1 h_1 + C_2 k_1 \pm \gamma B_0 y_0 l_1.$$

Nous déterminerons les deux constantes C_1 et C_2 en écrivant que y satisfait aux conditions (29). On obtient, en tenant compte de (32) :

$$y = y_0[k_1 \pm \gamma B_0(l_1 - h_1)]. \quad (33)$$

En portant (33) dans (13) et en intégrant, on trouve :

$$z = z_0 \pm y_0 \int_{x_0}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{S}\{\gamma B_0 - \gamma B[k_1 \pm \gamma B_0(l_1 - h_1)]\}. \quad (34)$$

Soit, en définitive :

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0\, a(x), \\ z &= y_0\, b(x) + z_0. \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

Lorsque le point objet P_0 est placé dans une région où le champ magnétique est négligeable, les coefficients $a(x)$ et $b(x)$ se simplifient et deviennent

$$a(x) = k_1(x),$$

$$b(x) = -\int_{x_0}^{x} \frac{\pm\gamma B}{S} k_1\,\mathrm{d}x.$$

Dans le cas d'un système purement électrostatique, ces coefficients se réduisent à

$$a(x) = k_1(x),$$

$$b(x) = 0$$

et les équations (35) s'écrivent :

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0\, k_1(x), \\ z &= z_0. \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Si le plan d'observation est situé dans le plan x_i défini par

$$a(x_i) = 0, \quad (37)$$

on obtient

$$\left.\begin{aligned} y &= 0, \\ z &= z_0 - (\pm)\gamma B_0 y_0 \int_{x_0}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{S}. \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Quelle que soit la forme de l'« objet » situé dans le plan de front x_0, son « ombre portée » dans le plan $x = x_i$ est donc un segment de droite défini par (38).

En particulier, si l'on considère un faisceau de rayons incidents parallèles à grande distance du système, c'est-à-dire dans une région où le champ est négligeable, la relation (37) devient :

$$k_1(x_i) = 0.$$

Le plan de front ainsi défini qui correspond au plan « image » conjugué d'un plan objet situé à l'infini par rapport au système, peut être considéré comme le plan « focal image ». Dans ce plan, la droite $y = 0$ conjuguée d'un point objet situé à l'infini dans la direction ox sera la droite focale image.

« *Ombre portée* » *d'un carré.* — A un carré de côté c situé dans le plan de front (*fig.* 7), les relations (35)

font correspondre en général un parallélogramme disposé comme il est indiqué sur la figure 8.

Pour que ce parallélogramme soit un rectangle, il faudrait choisir le plan d'observation x de telle sorte que l'on ait :

$$\int_{x_0}^{x} \{ \gamma B_0 - \gamma B[k_1 \pm \gamma B_0 y_0 (l_1 - h_1)] \} \frac{dx}{S} = 0. \quad (39)$$

Si l'on voulait de plus, que le parallélogramme

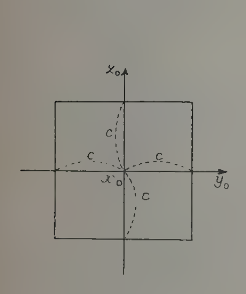


Fig. 7.

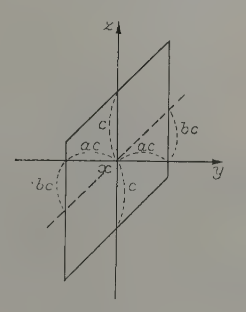


Fig. 8.

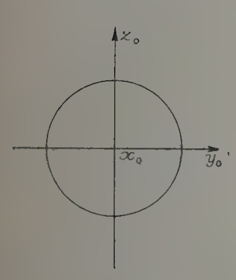


Fig. 9.

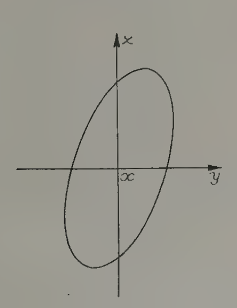


Fig. 10.

soit un carré, il faudrait que l'on ait également pour le plan x

$$k_1(x) \pm \gamma B_0 \{ l_1(x) - h_1(x) \} = \pm 1. \quad (40)$$

Dans le cas d'un système électrostatique, la condition (39) est toujours réalisée et la condition (40) se réduit à

$$k_1(x) = \pm 1.$$

« Ombre portée » d'un cercle. — Au cercle

$$y_0^2 + z_0^2 = 1$$

situé dans le plan objet x_0 (*fig.* 9) correspond dans le plan de front x l'ellipse (*fig.* 10)

$$y^2 \frac{1 + b^2}{a^2} - 2 \frac{b}{a} yz + z^2 = 1. \quad (41)$$

Si la condition (39) est satisfaite, l'équation (41) se réduit à :

$$\frac{y^2}{a^2} + z^2 = 1$$

et l'ellipse admet *oy* et *oz* pour axe de symétrie.

Enfin, si (40) est remplie, on obtient un cercle égal au cercle objet.

5° Application au cas particulier d'une lentille purement magnétique. — Une telle lentille est caractérisée par

$$S_0 = \varepsilon^{\frac{1}{2}} (1 + \alpha\varepsilon)^{\frac{1}{2}},$$
$$M = N = 0$$

et les équations différentielles des trajectoires s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} z' &= \frac{C}{S_0} - (\pm) \frac{\gamma B}{S_0} y, \\ y'' &+ \frac{\gamma^2 B^2}{S_0^2} y = \pm \frac{C}{S_0} \frac{\gamma B}{S_0}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Il est possible d'obtenir une solution analytique

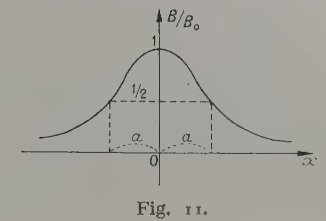


Fig. 11.

rigoureuse des équations précédentes dans le cas où l'induction magnétique B dans le plan de symétrie est de la forme (champ de Glaser)

$$B = B_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2}.$$

La figure 9 donne l'allure de la variation de $\frac{B}{B_0}$.

La constante a est la demi-largeur de la courbe correspondant à

$$\frac{B}{B_0} > \frac{1}{2}.$$

Posons

$$X = \frac{x}{a}, \qquad Y = \frac{y}{a}, \qquad Z = \frac{z}{a},$$
$$k = \pm \frac{\gamma B_0}{S_0} a, \qquad K = \frac{C}{S_0}.$$

Le système (42) s'écrit

$$\frac{dZ}{dX} = K - k \frac{Y}{1 + X^2},$$

$$[1 + X^2]^2 \frac{d^2 Y}{dX^2} + k^2 Y = K k [1 + X^2].$$

Posons encore

$$X = \operatorname{cotg} \varphi, \qquad Y = \frac{u}{\sin \varphi}.$$

Les équations précédentes deviennent :

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\varphi} = k \frac{u}{\sin \varphi} - \frac{K}{\sin^2 \varphi}, \tag{43}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\varphi^2} + (1 + k^2) u = \frac{Kk}{\sin \varphi}. \tag{44}$$

Nous poursuivrons la résolution du système dans le cas particulier où $k = 3$. L'équation (44) donne dans ces conditions

$$\frac{u}{K} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Big\{ C_1 \sin 2\varphi + C_2 \cos^2 \varphi + 2 \sin \varphi \Big[1 + \cos \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| \Big] \Big\}. \tag{45}$$

En portant (45) dans (43), on trouve :

$$\frac{Z}{K} = \operatorname{cotg} \varphi + 3 \Big\{ C_1 \sin \varphi + C_2 \Big[\frac{1}{2} \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| - \cos \varphi \Big] + \sin \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| \Big\} + C.$$

Enfin, en revenant aux coordonnées initiales, on obtient l'équation de la trajectoire sous la forme paramétrique

$$\frac{x}{a} = \operatorname{cotg} \varphi,$$

$$\frac{\pm y}{\sqrt{3}\, a K} = C_1 \cos \varphi + C_2 \frac{\cos 2\varphi}{2 \sin \varphi} + \cos \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| + 1,$$

$$\frac{z}{aK} = \operatorname{cotg} \varphi + 3 \Big\{ C_1 \sin \varphi + C_2 \Big[\frac{1}{2} \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| - \cos \varphi \Big] + \sin \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \Big| \Big\} + C.$$

Plaçons le diaphragme au centre de la lentille et proposons-nous de déterminer l'image d'un point situé dans le plan de front

$$x = a.$$

Il suffit de déterminer les quatre constantes C_1, C_2, C et K de telle sorte que dans le plan $x = a$ qui correspond à $\varphi = \frac{\pi}{4}$ on ait

$$y = y_0, \qquad z = 0$$

et que, dans le plan $x = 0$ obtenu pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$ on ait

$$y = y_D, \qquad z = z_D.$$

On trouve

$$y = \left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_D \\ \pm z_D \end{matrix} \right. \left[\begin{array}{r|c|r|c|r|c} 1,505 & & -0,170 & & -0,170 & \\ -0,503 & \cos \varphi & -0,055 & \dfrac{\cos 2\varphi}{\sin \varphi} & +0,945 & \Big(1 + \cos \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \dfrac{\varphi}{2} \Big| \Big) \\ -0,127 & & +0,238 & & +0,238 & \end{array} \right],$$

$$\pm z = \left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_D \\ \pm z_D \end{matrix} \right. \left[\begin{array}{r|c|r|c|r|c|r} 2,607 & & -0,591 & & -0,098 & & -2,607 \\ -0,872 & \sin \varphi & -0,191 & \Big(\dfrac{1}{2} \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \dfrac{\varphi}{2} \Big| - \cos \varphi \Big) & +0,546 & \Big(\operatorname{cotg} \varphi + 3 \sin \varphi \operatorname{Log} \Big| \operatorname{tg} \dfrac{\varphi}{2} \Big| \Big) & +0,872 \\ -0,219 & & +0,823 & & +0,137 & & +1,219 \end{array} \right].$$

De la forme

$$y = y_0 a_1 + y_D a_2 \pm z_D a_3,$$
$$\pm z = y_0 b_1 + y_D b_2 \pm z_D b_3.$$

Dans le plan de front x on obtient une droite d'équation

$$\pm a_3 z - b_3 y = (b_1 a_3 - a_1 b_3) y_0 + (b_2 a_3 - a_2 b_3) y_D.$$

qui sera indépendante de y si l'on a :

$$b_2 a_3 - a_2 b_3 = 0.$$

Cette relation est vérifiée pour

$$\varphi = 155°,445$$

et l'équation de la droite « image » du point P (a, y_0, o) s'écrit

$$\frac{x}{a} = -2,189,$$

$$\pm z = 6,201 y + 7,263 y_0.$$

Manuscrit reçu le 13 mai 1954.

ERRATUM DE L'ARTICLE DE M. A. VISCONTI.

(*J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 1.)

Page 2, dernière ligne, premier membre de l'équation :
au lieu de $gH(t) = \ldots$, *lire* $H(t) = \ldots$.

Page 6, note (4), cinquième ligne :
au lieu de ...éléments dangereux dans...,
lire...éléments diagonaux dans....

Page 11, note (6), cinquième ligne :

au lieu de

$$\lim_{N=\infty} \frac{p_N{}^{s_0} p_{N-1}{}^{s_1} + \ldots + p_0 s_N}{p_0 + \ldots + p_N},$$

lire

$$\frac{p_N s_0 + p_{N-1} s_1 + \ldots + p_0 s_N}{p_0 + \ldots + p_N}.$$

CORRÉLATIONS ANGULAIRES $\alpha - \gamma$ ET α – RAYONNEMENT X DANS Io ($^{230}_{90}$Th)

Par G. VALLADAS, J. TEILLAC, P. FALK-VAIRANT
et P. BENOIST.

Centre d'Études nucléaires de Saclay
et Institut du Radium, Laboratoire Curie.

Sommaire. — 1° Description d'une méthode et d'un appareillage permettant de mesurer la direction d'émission d'une particule α dans une chambre d'ionisation.

2° Application aux corrélations angulaires $\alpha - \gamma$: calcul des corrections dues à la géométrie et à l'appareillage électronique.

3° Étude dans l'Io des corrélations angulaires $\alpha - \gamma$ avec les rayonnements de 67,8 et 142 keV :
a. Discussion de l'influence des champs électriques sur la corrélation;
b. Mise en évidence du spin 4 du niveau excité de 210 keV du Ra (deuxième niveau de rotation);
c. Comparaison des résultats avec la théorie des niveaux de rotation.

4° Étude expérimentale de la corrélation angulaire α — rayonnement X qui montre une émission isotrope du rayonnement X.

5° Discussion théorique des corrélations angulaires avec le rayonnement X.

1. **Introduction.** — Il existe peu de déterminations de corrélations angulaires $\alpha - \gamma$, l'une des raisons étant probablement inhérente à la difficulté de mesurer l'angle d'émission de la particule α par rapport à une direction déterminée. En effet, le parcours des particules α dans la matière étant faible, on est en général obligé, d'une part, de placer la source et un détecteur dans le vide et, d'autre part, d'utiliser des sources dont l'épaisseur est inférieure ou de l'ordre de 1 mg/cm².

Les résultats publiés ([1] à [7 *bis*]) ont été obtenus, pour la plupart, en utilisant deux compteurs à scintillations comme détecteurs. Dans notre expérience [8], [9], nous avons employé une chambre d'ionisation à impulsions pour détecter la particule α et déterminer l'angle qu'elle fait par rapport à une direction fixe. On sait en effet [10], [11], que l'amplitude de la composante électronique délivrée par une chambre d'ionisation sans grille, remplie d'un mélange argon + CO_2 par exemple, est une fonction de l'angle d'émission de la particule α par rapport à l'axe électrique de la chambre. Soit A et B (*fig.* 1) les plateaux de la chambre présentant une différence de potentiel telle que le plateau A collecte les électrons et le plateau B supporte la source S; et soit R la distance qui sépare le barycentre des charges positives Q_0 libérées, de l'origine de la trajectoire de la particule : le plateau A collecte Q_0 électrons dont $Q_0 \frac{R \cos\alpha}{d}$ sont retenus sur ce plateau sous l'influence des charges positives (qu'on peut considérer comme immobiles pendant le déplacement des électrons). L'amplitude A de l'impulsion recueillie sur la capacité C est donc proportionnelle à $Q_0 \left(1 - \frac{R \cos\alpha}{d}\right)$ et la mesure de cette amplitude permet de déterminer $\cos\alpha$.

Le principe de l'expérience est alors le suivant : on analyse l'amplitude de la composante électronique des impulsions produites par les particules α

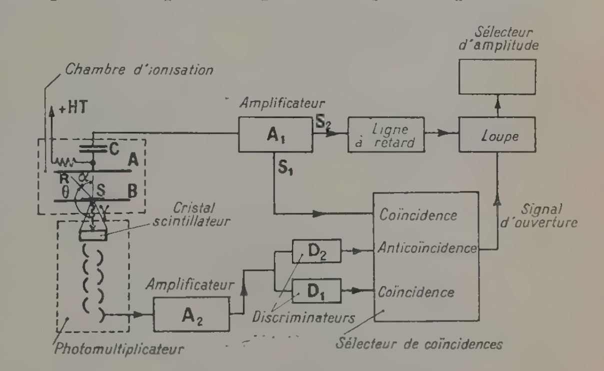


Fig. 1. — Schéma de principe.

en coïncidence avec le rayonnement γ, détecté par un compteur à scintillations placé selon l'axe de symétrie de la chambre (*fig.* 1); la courbe obtenue, en portant le nombre d'impulsions en fonction de leur amplitude, représente la fonction de corrélation en prenant comme variable $\cos\alpha = \cos(\pi - \theta)$, θ étant l'angle habituellement défini entre la direction des deux particules émises.

Les avantages de ce dispositif sur la méthode usuelle où l'on détermine une corrélation angulaire point par point sont les suivants :

1° La détermination de l'angle entre les particules émises se ramenant à la mesure de l'amplitude d'une impulsion, on peut, en utilisant un sélecteur d'amplitude à plusieurs canaux, déterminer simultanément plusieurs points de la corrélation (10 dans notre expérience).

2° Toutes les particules α émises dans l'angle solide $\Omega_\alpha = 2\pi \sin\alpha\, \Delta\alpha$ compris entre deux cônes d'angles au sommet α et $\alpha + \Delta\alpha$ participent à la corrélation. Dans les expériences usuelles, l'angle solide Ω_α est donné par

$$\Omega_\alpha = \sin\alpha\, \Delta\alpha\, \Delta\varphi, \qquad \text{où} \quad \Delta\varphi \simeq \frac{2\pi}{20}.$$

On améliore donc avec la chambre d'ionisation l'angle solide d'un facteur 20 sans altérer la précision sur la variable qui définit la corrélation.

Dans les dispositifs où l'on emploie deux compteurs à scintillations comme détecteurs, ces avantages sont partiellement compensés par un taux de comptage plus élevé (mais ceci seulement lorsqu'on peut obtenir des sources de grande activité spécifique). Cependant, même dans le cas le moins favorable il est probable que l'efficacité de ce nouveau dispositif est environ 20 fois supérieure à celle qu'on obtient avec deux compteurs à scintillations. Ceci permet d'étudier les corrélations angulaires entre les particules α et les rayonnements γ de faible intensité. Nous avons pu, par exemple, étudier dans Io la corrélation angulaire du rayonnement de 142 keV dont l'intensité est de $\sim 4.10^{-4}$ photons par désintégration.

2. Technique expérimentale. — La chambre d'ionisation est une chambre à plateaux parallèles dont une des électrodes (électrode collectrice) est un disque de 90 mm de diamètre, muni d'un anneau de garde; l'autre électrode, connectée à la masse, est constituée par le fond même de la chambre (diamètre : 178 mm). La distance entre les plateaux était de 10 ou de 20 mm suivant les expériences. Pour que la composante électronique varie linéairement avec $\cos\alpha$, il est nécessaire que l'effet de bord soit pratiquement négligeable. Cette condition est remplie lorsque le rayon de l'électrode collectrice est supérieur à trois fois la distance entre les plateaux.

Le gaz introduit dans la chambre est de l'argon commercial additionné de 1 pour 100 de CO_2. La pression est calculée de manière que le parcours des particules α soit presque égal à la distance entre les plateaux.

Nous avons vérifié que cette chambre ne présente pas de dérive appréciable pendant plusieurs semaines consécutives de fonctionnement. La haute tension sur l'électrode collectrice est de 1800 V. Le compteur à scintillations est formé d'un cristal cylindrique de NaI de 20 mm de diamètre et de 13 mm de haut, recouvert d'une feuille d'Al de 0,02 mm d'épaisseur, et d'un photomultiplicateur EMI 6260.

La géométrie de la canalisation du détecteur γ est donnée dans la figure 2 pour l'étude des rayonnements γ et dans la figure 3 pour celle du rayonnement L.

Pour pouvoir effectuer commodément des coïncidences $\alpha - \gamma$, il était nécessaire de mettre l'électrode collectrice à la haute tension, l'autre électrode

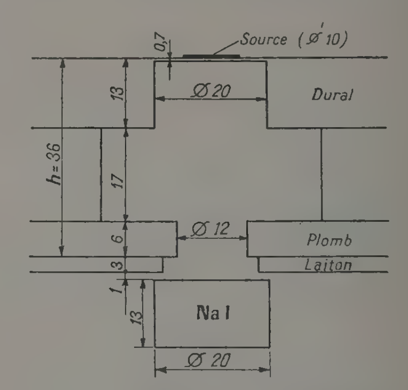


Fig. 2. — Géométrie de la canalisation pour l'étude des rayonnements γ de 68 et 142 keV.

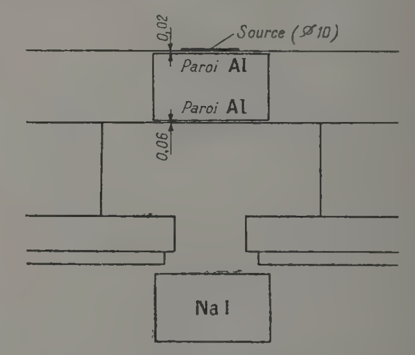


Fig. 3. — Géométrie de la canalisation pour l'étude du rayonnement X.

étant constituée par le fond de la chambre. La capacité C a pour but de réunir l'électrode collectrice à l'entrée du préamplificateur. Cette capacité doit être à très haut isolement et ne doit pas produire de décharges parasites [12]. Elle a été construite en polytène, soigneusement polie et séchée sous vide. Nous avons vérifié qu'à 3 000 V le nombre de décharges parasites n'est que de quelques coups par heure.

La valeur de C est environ 15 pF, ce qui entraîne une atténuation de l'ordre de 25 pour 100 de l'amplitude du signal comparé à ce que donnerait une liaison directe.

Dans la voie α, on utilise un préamplificateur à faible bruit de fond [13] (facteur d'amplification : 25). Dans la voie γ, un préamplificateur à cathode

asservie (cathod follower) réunit le photomultiplicateur à l'amplificateur A_2.

Les amplificateurs A_1 et A_2 sont des amplificateurs rapides du modèle standard du C. E. A. (facteur d'amplification maximum : 10 000). Ils comportent des filtres « CR — RC » réglés à $CR = RC = 10^{-6}$ s. Pour l'amplificateur A_1, ce choix était particulièrement important pour assurer un compromis favorable entre une faible durée des impulsions et un bon rapport amplitude sur bruit de fond. La durée des impulsions est ainsi de quelques microsecondes, ce qui permet d'utiliser des sources de l'ordre de 100 000 α/mn sans être gêné par le phénomène de superposition des impulsions.

Le sélecteur d'amplitude, auquel est incorporé un amplificateur à seuil (« Loupe ») a été décrit par ailleurs [14]. La loupe est munie d'un dispositif de blocage qui interdit le passage des impulsions sauf aux instants où le sélecteur de coïncidence lui fournit un signal rectangulaire négatif de 5μ s (« signal d'ouverture »).

La sortie S_1 de A_2 (*fig.* 1) fournit des impulsions négatives de l'ordre de 1 V au sélecteur de coïncidences. Sur la voie γ les discriminateurs D_1 et D_2 et les voies correspondantes du sélecteur de coïncidences constituent un sélecteur d'amplitude à une bande. Le sélecteur de coïncidences a été décrit par ailleurs [15]. Les discriminateurs D_1 et D_2 sont des basculeurs à couplage cathodiques (Schmitt Trigger).

Lorsqu'une impulsion de la voie α est en coïncidence avec une impulsion de la voie γ, dont l'amplitude est comprise entre les seuils de D_1 et D_2, le

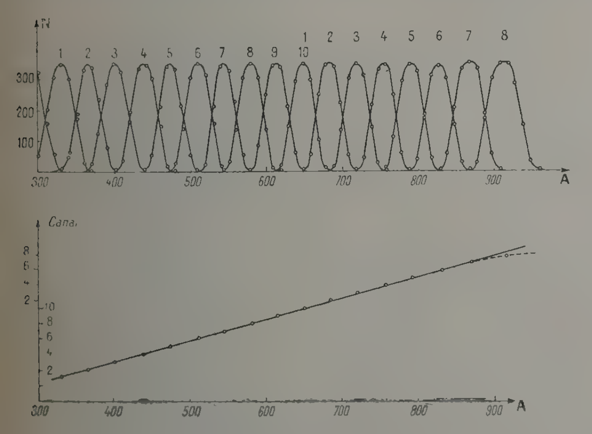


Fig. 4. — Étalonnage du sélecteur à 10 canaux.

sélecteur de coïncidences fournit le signal d'ouverture à la loupe avec un retard qui est de l'ordre de 3 à 4μ s relativement au début du signal recueilli à la sortie S_2. C'est la raison pour laquelle nous avons placé une ligne à retard de 5μ s entre la sortie S_2 de l'amplificateur et la loupe.

Nous avons étudié le fonctionnement de l'appareillage électronique de la voie α en créant sur la chambre d'ionisation des impulsions d'amplitude connue et constante. La figure 4 représente la courbe de réponse de chaque canal du sélecteur d'amplitude en fonction de l'amplitude de l'impulsion injectée sur la chambre, en unités arbitraires. Ces courbes permettent, d'une part de vérifier la linéarité du système d'amplification et, d'autre part, de connaître le pouvoir séparateur dû à l'appareillage électronique. Pour la vérification de la voie γ, nous avons étudié le spectre γ de Io à l'aide d'une source auxiliaire intense.

3. Étalonnage du système. — Pour étalonner le système en $\cos\theta$, nous avons mesuré la distribution correspondant à l'émission α isotrope, obtenue

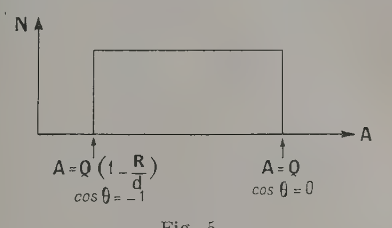


Fig. 5.

en débloquant l'entrée de la loupe par les particules α elles-mêmes (suppression de la voie γ dans le sélecteur à coïncidence). On mesure ainsi la distribution correspondant à toutes les particules α émises dans la chambre.

La forme théorique de cette distribution s'obtient en remarquant que chaque bande du sélecteur à 10 canaux mesure le nombre N d'impulsions comprises entre les amplitudes A et $A + \mathrm{d}A$:

$$N = 2\pi N_0 \sin\theta \,\mathrm{d}\theta.$$

Cette expression est constante du fait que chaque canal définit un intervalle constant

$$\mathrm{d}A = \frac{QR}{d} \sin\theta \,\mathrm{d}\theta.$$

On obtient alors pour le nombre de coups mesurés par chaque canal

$$N = \frac{2\pi N_0}{Q\dfrac{R}{d}} \mathrm{d}A = \text{const.} \qquad (1)$$

L'émission isotrope apparaît donc dans notre système sous forme d'une répartition uniforme, schématisée dans la figure 5.

En faisant le changement de variable :

$$x = \frac{d}{R}\left(\frac{A}{Q} - 1\right),$$

les limites de la distribution isotrope sont

$$x = -1 \qquad \text{et} \qquad x = 0;$$

entre ces valeurs x représente $\cos\theta$. Toutefois la largeur finie des canaux étale la distribution de part et d'autre de ces limites.

Les courbes de la figure 4 représentent la probabilité pour chaque canal qu'une impulsion de grandeur A soit comptée dans ce canal. Nous assimilerons en première approximation ces courbes à des triangles dont la base est égale au double de la distance a entre les canaux. Dans ces conditions, pour une distribution isotrope la probabilité $\overline{w}(x)$ qu'une impulsion soit comptée dans le canal placé à la position x est :

$$\overline{w}(x) = \frac{1}{a}\int_{x-a}^{x+a} w(x')\left(1 - \frac{|x'-x|}{a}\right)\mathrm{d}x',$$

où $w(x') = 1$ pour $-1 \leq x' \leq 0$ et 0 à l'extérieur de cet intervalle.

On obtient alors

$$w(x) = 1 \qquad \text{pour} \quad -1+a \leq x \leq -a,$$

$$\overline{w}(x) = \frac{1}{2} + \frac{x+1}{a} - \frac{(x+1)^2}{2a^2} \qquad \text{pour} \quad -1 \leq x \leq -1+a,$$

$$\overline{w}(x) = \frac{1}{2} + \frac{x+1}{a} + \frac{(x+1)^2}{2a^2} \qquad \text{pour} \quad -1-a \leq x \leq -1$$

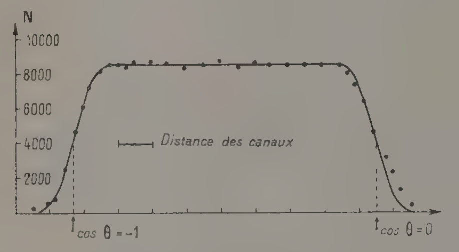


Fig. 6. — Distribution uniforme (courbe calculée et points expérimentaux).

et l'on obtient pour $-a \leq x \leq a$ une portion de courbe symétrique de celle obtenue pour $-1-a \leq x \leq -1+a$.

Sur la figure 6 on a reporté la courbe théorique ainsi calculée et les points expérimentaux correspondants. L'accord satisfaisant justifie l'approximation faite sur la forme des courbes de réponse des canaux. Des résultats précédents il découle que les limites $\cos\theta = -1$ et $\cos\theta = 0$ correspondent aux abscisses des points à mi-hauteur de la distribution uniforme (¹).

Lorsqu'on mesure une corrélation angulaire $\alpha - \gamma_i$ il faut utiliser la distribution uniforme des particules α_i correspondante pour étalonner en $\cos\theta$.

Cependant du fait qu'il n'est pas possible de discriminer l'énergie des particules α, la distribution uniforme mesurée correspond en première approximation aux particules α_0 d'énergie maximum. Il est donc nécessaire de corriger les limites obtenues en tenant compte de la différence d'énergie entre les particules α_i de la corrélation mesurée et celles de la distribution uniforme. Cette correction de quelques pour-cents se calcule facilement en fonction de la variation de l'énergie et du parcours des rayons α.

De plus, dans notre expérience nous avons observé que le potentiel moyen du seuil de la loupe variait de 1,5 pour 100 lorsque le taux de comptage variait de 70 000 coups/mn (répartition uniforme) à quelques coups par minute (mesure de la corrélation), ce qui entraîne un déplacement de cet ordre des limites $x = 0$ et $x = -1$ (²).

4. Calcul des corrections géométriques. —

Les résultats des expériences de corrélation angulaire sont habituellement comparés aux fonctions théoriques de corrélation, obtenues dans les hypothèses simplificatrices suivantes :

1° Source ponctuelle et pouvoir de résolution infiniment grand des détecteurs;

2° Noyau émetteur isolé.

En réalité ces conditions ne sont vérifiées qu'en première approximation et les corrélations obtenues expérimentalement présentent toujours de ce fait une anisotropie plus faible que les corrélations théoriques.

Si l'on veut étudier avec précision l'effet des champs extérieurs sur la corrélation, il est nécessaire d'évaluer les corrections liées au dispositif expérimental.

a. Corrections dues aux dimensions finies de la source et de l'angle solide du scintillateur. — Comme il est indiqué sur la figure 2, la source S est un disque de rayon r, les photons sont canalisés par un diaphragme circulaire de rayon R à la distance h de la source.

Tout le système (chambre d'ionisation, source, détecteur γ) admet un axe de révolution zz'. On admet que les dimensions du cristal sont suffisamment grandes pour que tous les photons qui passent par le diaphragme soient totalement absorbés.

Nous calculons dans ces conditions la probabilité $\overline{w}(\theta\varphi)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$ qu'un rayon α soit émis dans l'angle solide $\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi$ en coïncidence avec un photon détecté par le scintillateur. (La méthode de calcul est analogue à celle publiée par M. E. Rose [16], mais nous tenons compte en plus des dimensions finies de la source).

Supposons connue la fonction théorique de corrélation $w(\beta)$ où β est l'angle entre le rayon α émis dans la direction $\theta\varphi$ et le photon émis dans la

(¹) Nous avons négligé dans ce calcul l'influence des fluctuations du parcours et du nombre de paires d'ions, négligeables comparées aux fluctuations dues à l'appareillage électronique.

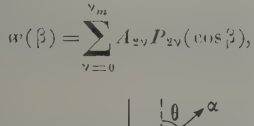
(²) Nous avons pu vérifier l'exactitude de ces corrections en mesurant la distribution uniforme obtenue par la corrélation angulaire $\alpha_1 - L$ (*voir* § 6).

direction $\theta'\varphi'$ (*fig.* 7). Pour un noyau émetteur au point M de la source, défini dans un plan perpendiculaire à zz' par ses coordonnées polaires ρ et ω, le diaphragme définit un angle solide $\Omega(\rho)$ qui ne dépend pas de ω puisque tout le système est de révolution autour de zz'.

$$\bar{w}(\theta\varphi)=\frac{\int_0^r \rho\,d\rho \iint_{\Omega(\rho)} w(\beta)\sin\theta'\,d\theta'\,d\varphi'}{\int_0^r \rho\,d\rho \int_{\Omega(\rho)} \sin\theta'\,d\theta'\,d\varphi'}.$$

Les fonctions théoriques de corrélation angulaire $w(\beta)$ sont des polynomes en $\cos^2\theta$ qu'il convient ici d'exprimer sous la forme

$$w(\beta)=\sum_{\nu=0}^{\nu_m} A_{2\nu}P_{2\nu}(\cos\beta),$$



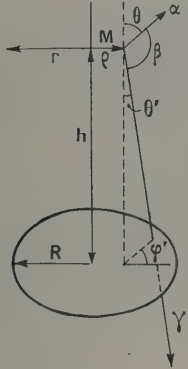


Fig. 7.

où $P_{2\nu}(\cos\beta)$ est le polynôme de Legendre d'ordre 2ν en $\cos\beta$. On a la relation

$$P_{2\nu}(\cos\beta)=\frac{4\pi}{4\nu+1}\sum_{m=-2\nu}^{+2\nu} Y_{2\nu}^{m*}(\theta\varphi)Y_{2\nu}^{m}(\theta'\varphi').$$

Puisque le système est de révolution autour de zz', $\bar{w}(\theta\varphi)$ doit être indépendant de φ. Seul le terme $m=0$ donnera une contribution. Il suffit donc de remplacer $P_{2\nu}(\cos\beta)$ par :

$$\frac{4\pi}{4\nu+1}Y_{2\nu}^{0}(\theta\varphi)Y_{2\nu}^{0}(\theta'\varphi')=P_{2\nu}(\cos\theta)\,P_{2\nu}(\cos\theta').$$

On obtient donc

$$\bar{w}(\cos\theta)=\sum_{\nu=0}^{\nu_m} A_{2\nu}P_{2\nu}(\cos\theta)\frac{J_{2\nu}}{J_0}, \qquad (2)$$

où

$$J_{2\nu}=\int_0^r \rho\,d\rho \iint_{\Omega(\rho)} P_{2\nu}(\cos\theta')\sin\theta'\,d\theta'\,d\varphi).$$

La modification de la corrélation s'exprime donc simplement par des facteurs de correction $\frac{J_{2\nu}}{J_0}$ qui multiplient les coefficients des polynomes de Legendre de la fonction théorique et dépendent seulement des grandeurs r, R, et h.

Si $r\leq R$ on peut décrire l'angle solide $\Omega(\rho)$ en faisant varier θ', de 0 à θ'_0 pour φ' constant et φ' de 0 à 2π. θ'_0 est défini par

$$\cos\theta'_0=\left\{1+\frac{\rho^2\cos 2\varphi'+R^2-2\rho\cos\varphi'\sqrt{R^2-\rho^2\sin^2\varphi'}}{h^2}\right\}^{-\frac{1}{2}},$$

$\cos\theta'_0$ est de la forme $(1+\varepsilon)^{-\frac{1}{2}}$, où ε est de l'ordre de $\frac{R^2}{h^2}$

$$J_{2\nu}=\int_0^r \rho\,d\rho\int_0^{2\pi} d\varphi'\int_0^{\theta'_0} P_{2\nu}(\cos\theta')\sin\theta'\,d\theta'.$$

Nous limitant au cas d'une corrélation en $\cos^4\theta$, nous avons calculé J_0, J_2 et J_4 en utilisant la formule

$$\int_0^{\theta'_0} P_{2\nu}(\cos\theta')\sin\theta'\,d\theta' = \frac{1}{2\nu+1}[P_{2\nu-1}(\cos\theta'_0)-\cos\theta'_0 P_{2\nu}(\cos\theta'_0)]$$

et pour $\cos\theta'_0$ le développement

$$\cos\theta'_0\sim 1-\frac{\varepsilon}{2}+\frac{3\varepsilon^2}{8}.$$

Les résultats obtenus, calculés pour $r\leq R$, sont valables par raison de symétrie pour $r\geq R$.

On obtient :

$$J_0=1-\frac{3(r^2+R^2)}{4h^2}+\frac{5(r^4+R^4+3r^2R^2)}{8h^4},$$

$$J_2=1-\frac{3(r^2+R^2)}{2h^2}+\frac{15(r^4+3r^2R^2+R^4)}{8h^4},$$

$$J_4=1-\frac{13(r^2+R^2)}{4h^2}+\frac{25(r^4+3r^2R^2+R^4)}{4h^4}.$$

Si l'on applique ces formules dans le cas de nos conditions expérimentales où l'on a

$$r=5\text{ mm},\qquad R=6\text{ mm},\qquad h=36\text{ mm},$$

on obtient

$$\frac{J_2}{J_0}=0{,}967,\qquad \frac{J_4}{J_0}=0{,}894. \qquad (3)$$

b. Corrections dues a la largeur finie des canaux. — D'après les résultats précédents, la fonction de corrélation $\bar{w}(\cos\theta)$ analysée par le sélecteur à 10 canaux est un polynome en $\cos^2\theta$. La largeur finie des canaux transforme cette fonction $\bar{w}(\cos\theta)$; en une fonction $\bar{\bar{w}}(\cos\theta)$. Comme dans le cas de la distribution uniforme, on a, en posant $\cos\theta=x$

$$\bar{\bar{w}}(x)=\int_{x-a}^{x+a}\bar{w}(x')\left(1-\frac{|x'-x|}{a}\right)dx', \qquad (4)$$

$\overline{w}(x')$ étant nulle à l'extérieur de l'intervalle $-a < x' < a$. Dans le cas d'une distribution $\overline{w}(\cos\theta)$ en $\cos^4\theta$ de la forme

$$\overline{w}(x) = \alpha + \beta x^2 + \gamma x^4, \tag{5}$$

on obtient

$$\left.\begin{aligned} \overline{w}(x) &= \alpha + \beta x^2 + \gamma x^4 + a^2\left(\frac{\beta}{6} + \gamma x^2\right) + \frac{\gamma a^4}{15} \\ &\quad \text{pour} \quad -1 + a \leq x \leq -a, \\ \overline{w}(-1) &= \frac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma) - \frac{a}{3}(\beta + 2\gamma) \\ &\quad + \frac{a^2}{2}\left(\frac{\beta}{6} + \gamma\right) + o(a^3), \\ \overline{w}(0) &= \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta a^2}{12} + o(a^4). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Pratiquement pour interpréter les résultats obtenus dans l'étude des corrélations angulaires nous avons procédé de la façon suivante : l'analyse par la méthode des moindres carrés des résultats expérimentaux correspondant à

$$-1 + a \leq \cos\theta \leq -a$$

nous a donné la fonction $\overline{\overline{w}}(\cos\theta)$. A l'aide des formules (5) et (6) nous avons calculé $\overline{w}(\cos\theta)$, puis vérifié à l'aide de la formule (4) que cette fonction $\overline{w}$ donnait à l'extérieur de l'intervalle

$$-1 + a \leq x \leq -a$$

des résultats en accord avec les points expérimentaux. Nous avons ensuite calculé à l'aide de $\frac{J_2}{J_0}$ et $\frac{J_4}{J_0}$ (3) la fonction $\overline{w}(\cos\theta)$ que l'on compare aux fonctions théoriques de corrélations.

5. **Corrélations angulaires $\alpha - \gamma$ dans Io.** — Les mesures de la structure fine α [17], [18], [19] des électrons de conversion [20], [21] et des rayonnements γ [22], [23], [24], [25], émis par Io permettent de construire le schéma de désintégration donné dans la figure 8.

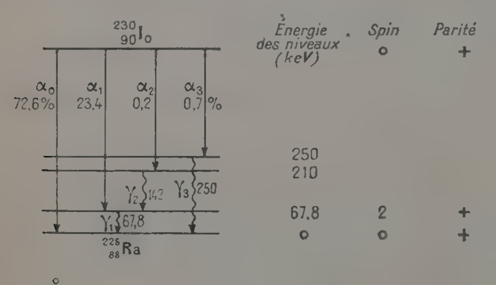


Fig. 8.

Dans leur dernier travail sur la structure fine α, Rosenblum et Valadares [19], signalent, avec réserve, l'existence de quatre nouvelles raies α de faible intensité. L'une d'elles dont l'intensité est environ le tiers de la raie α_2 conduit à un état excité de 142 keV.

L'intensité absolue des rayonnements γ et X varie d'un facteur 2 suivant les auteurs. L'ordre de grandeur de ces intensités est, en nombre de photons par désintégration :

	L	68 keV	142	250
$\frac{n_\gamma}{n_\alpha} \simeq$	10^{-1}	10^{-2}	5.10^{-4}	10^{-4}

Nous avons mesuré successivement les corrélations angulaires $\alpha_1 - \gamma_1$ et $\alpha_2 - \gamma_2$ (³).

La source isotopiquement pure, a été préparée par M. R. Bernas. Elle a été obtenue, sur un support d'aluminium de 2 mg/cm², par dépôt direct dans le séparateur d'isotopes.

Son intensité était de 76 000 α/mn dans l'angle 2π.

On peut raisonnablement penser que l'ionium ainsi obtenu est déposé sous forme métallique.

1° Corrélations angulaires $\alpha_1 - \gamma_1$. — La connaissance du coefficient de conversion du rayonnement de 67,8 keV et celle du rapport d'intensité des raies électroniques de conversion L_I, L_{II}, L_{III} [21],

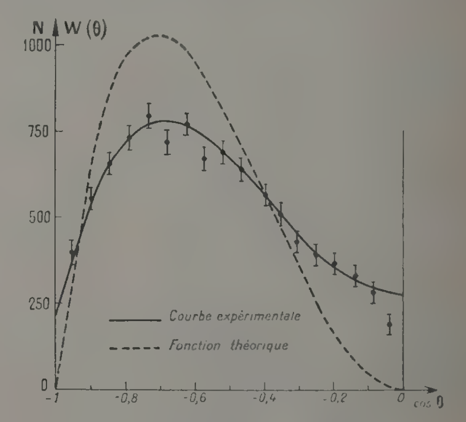


Fig. 9. — Corrélation $\alpha_1 - \gamma_1$ (68 keV).

permet d'affirmer que le rayonnement de 67,8 keV est un $E(2)$.

Dans ces conditions, les paramètres (spin et parité) qui caractérisent les états initial, intermédiaire et final du noyau dans la corrélation $\alpha_1 - \gamma_1$ ainsi que les ordres polaires des rayonnements α et γ sont entièrement déterminés. La fonction de corrélation correspond aux transitions

$$0^+ \xrightarrow{2} 2^+ \xrightarrow{E(2)} 0^+$$

a. Résultats. — Les résultats obtenus (coïncidences fortuites déduites) (*fig.* 9) correspondent à une mesure de 100 h.

(³) Le rapport des intensités $\alpha_2 : \alpha_1$ (environ 8 pour 1000) est tel que l'influence sur la corrélation $\alpha_1 - \gamma_1$ des coïncidences $\alpha_2 - \gamma_1$ est négligeable.

Faisant l'hypothèse que la corrélation expérimentale peut être représentée par un polynome en puissances paires de cos θ, nous avons calculé par la méthode des moindres carrés la fonction $\overline{\overline{w}}_1(\theta)$ qui représente au mieux les résultats expérimentaux obtenus pour $-1 + a \leq \cos\theta \leq -a$.

$$\overline{\overline{w}}_1(\theta) = 1 + 0{,}300 P_2(\cos\theta) - 0{,}872 P_4(\cos\theta).$$

La fonction $\overline{w}_1(\theta)$ définie au paragraphe précédent est

$$\overline{w}_1(\theta) = 1 + 0{,}327 P_2(\cos\theta) - 0{,}866 P_4(\cos\theta)$$

et la corrélation angulaire réelle $\alpha_1 - \gamma_1$

$$w_1(\theta) = 1 + 0{,}338 P_2(\cos\theta) - 0{,}969 P_4(\cos\theta). \quad (7)$$

La fonction théorique de corrélation angulaire $\alpha - \gamma$ calculée dans l'hypothèse du noyau isolé, pour la cascade

$$0^+ \text{———} 2^+ \text{———} 0^+$$

est [26]

$$w_1^{\text{th}}(\theta) = 1 + 0{,}714 P_2(\cos\theta) - 1{,}714 P_4(\cos\theta). \quad (8)$$

On constate qu'il est nécessaire d'introduire dans $\omega_1^{\text{th}}(\theta)$ des facteurs d'atténuation

$$G_2 = \frac{0{,}338}{0{,}714} = 0{,}473, \quad G_4 = \frac{0{,}969}{1{,}714} = 0{,}565 \quad (9)$$

qui multiplient les coefficients des polynomes de Legendre P_2 et P_4 respectivement pour obtenir $w_1(\theta)$.

Nos résultats sont qualitativement en accord avec ceux de Temmer et Wyckoff [7]. Toutefois les valeurs qu'ils attribuent à G_2 et G_4 sont un peu inférieures à celles que nous obtenons.

b. Perturbation de la corrélation par les champs extérieurs. — La corrélation théorique $\omega_1^{\text{th}}(\cos\theta)$ est obtenue dans l'hypothèse où le noyau émetteur est isolé. S'il existe des forces qui peuvent agir sur le noyau dans son état intermédiaire, celui-ci perd partiellement la mémoire de l'émission de la première particule et la corrélation est atténuée. Ces forces peuvent être dues, soit au couplage du moment magnétique du noyau avec le champ magnétique créé par les électrons de l'atome soit au couplage du moment quadrupolaire du noyau avec le champ électrique environnant. Moyennant certaines conditions de symétrie pour le champ extérieur, la perturbation de la corrélation se traduit par des coefficients d'atténuation qui multiplient les coefficients des polynomes de Legendre de la corrélation théorique. Dans le cas de la corrélation $\alpha_1 - \gamma_1$ de l'ionium, comme l'ont remarqué Temmer et Wyckoff [7] en se basant sur les résultats théoriques de Alder [27], les valeurs obtenues pour les coefficients G_2 et G_4 ne peuvent être expliquées par un effet prépondérant du couplage magnétique qui donne dans ce cas $G_2 > G_4$. Au contraire, dans l'hypothèse d'un couplage électrique on obtient un accord satisfaisant avec les résultats théoriques [28]. Dans la théorie d'Abragam et Pound G_2 et G_4 sont des fonctions du spin J de l'état intermédiaire et du produit $\omega\tau$ où τ est la vie moyenne de l'état intermédiaire et

$$\omega = \frac{3e}{4\hbar}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\frac{Q}{J(2J-1)}, \quad (10)$$

$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ étant la valeur au noyau du gradient du champ électrique extérieur, e la charge élémentaire et Q le moment quadrupolaire du noyau dans l'état intermédiaire.

Nous avons tracé sur la figure 10 les courbes qui représentent la variation de G_2 et G_4 en fonction de $\omega\tau$ pour $J = 2$. Les valeurs expérimentales de G_2 et G_4 devraient correspondre à une même valeur de $\omega\tau$. Nos résultats ($G_2 = 0{,}47$, $G_4 = 0{,}56$) sont compatibles avec la valeur $\omega\tau = 1$ pour laquelle $G_2 = 0{,}44$ $G_4 = 0{,}58$. Cet accord avec la

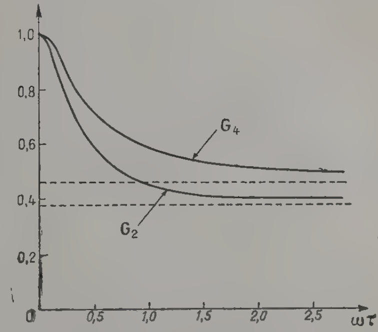


Fig. 10. — Variation de G_3 et G_4 pour $J = 2$.

théorie d'Abragam et Pound, de même que celui obtenu par Battey et al. [4] dans le cas analogue du RdTh, sont en faveur de l'hypothèse selon laquelle la corrélation serait perturbée par le couplage du moment quadrupolaire du noyau dans l'état intermédiaire avec les champs électriques environnants.

2° CORRÉLATION ANGULAIRE $\alpha_2 - \gamma_2$. — *a. Résultats.* Dans le cas de la corrélation angulaire $\alpha_2 - \gamma_2$ on ne connaît pas exactement la nature du rayonnement de 142 keV. Pourtant, une estimation du coefficient de conversion, et le fait que la transition γ directe du niveau de 210 keV à l'état fondamental, si elle existe, est beaucoup moins intense que la transition de 142 keV, permettent de conclure que la multipolarité de ce rayonnement est inférieure ou égale à 2.

Dans la cascade $\alpha_2 - \gamma_2$, on ne connaît donc que les spins initial et final. Les différentes possibilités pour la nature du rayonnement γ et pour le spin intermédiaire, sont alors les suivantes :

0^+ ——— 1^- ——— 2^+ $E(1)$
0^+ ——— 2^+ ——— 2^+ $M(1)$ ou $M(1) + E(2)$
0^+ ——— 3^- ——— 2^+ $E(1)$
0^+ ——— 4^+ ——— 2^+ $E(2)$

la forme de la corrélation angulaire $\alpha_2 - \gamma_2$ obtenue permet d'éliminer certaines de ces possibilités. Nous avons reporté sur la figure 11 les résultats

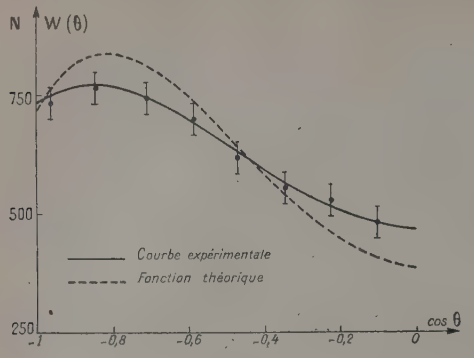


Fig. 11. — Corrélation $\alpha_2 - \gamma_2$ (142 keV).

expérimentaux (coïncidences fortuites déduites) qui correspondent à une mesure de 340 h. L'analyse des données expérimentales par la méthode des moindres carrés dans l'hypothèse d'une fonction de corrélation qui est un polynome en puissances paires de $\cos\theta$ donne

$$\overline{\overline{w}}(\theta) = 1 + 0{,}355\, P_2(\cos\theta) - 0{,}202\, P_4(\cos\theta),$$

$\overline{\overline{w}}(\theta)$ présente un maximum pour $\cos\theta = -0{,}855$. Si le rayonnement γ de 142 keV correspondait à un dipôle électrique, la fonction de corrélation serait un polynome en $\cos^2\theta$ présentant un maximum pour $\cos\theta = 0$, possibilité que nos résultats permettent d'éliminer.

Pour $J = 2$, la forme de $\overline{\overline{w}}_2(\theta)$ est incompatible avec l'existence d'un rayonnement $M(1)$ pur, mais ne permet pas d'éliminer la possibilité d'un mélange $M(1) + E(2)$ où le poids de $E(2)$ serait supérieur au poids de $M(1)$. En l'absence d'autres sources de renseignements sur la nature du rayonnement, il n'est pas possible de pousser plus avant la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux puisque la théorie fait intervenir un paramètre δ lié au rapport des poids de $E(2)$ et $M(1)$.

Nos résultats s'interprètent au contraire de façon satisfaisante si l'on admet que le spin de l'état intermédiaire est $J = 4$. La fonction théorique de corrélation, calculée dans l'hypothèse d'un noyau isolé est dans ce cas [26].

$$w_2^{\text{th}}(\theta) = 1 + 0{,}510\, P_2(\cos\theta) - 0{,}367\, P_4(\cos\theta). \quad (11)$$

En faisant comme dans le cas de la corrélation $\alpha_1 - \gamma_1$ les corrections nécessaires pour tenir compte des dimensions finies de la source et du pouvoir de résolution fini des détecteurs, on obtient à partir de $\overline{\overline{w}}_2(\cos\theta)$ la fonction $w_2(\cos\theta)$ qui représente la corrélation $\alpha_2 - \gamma_2$ réelle

$$w_2(\theta) = 1 + 0{,}376\, P_2 - 0{,}225\, P_4. \quad (12)$$

En comparant avec $w_2^{\text{th}}(\theta)$, on obtient les facteurs d'atténuation

$$G_2 = 0{,}74, \qquad G_4 = 0{,}61. \quad (13)$$

b. Perturbation de la corrélation par le couplage électrique. — Nous avons calculé à partir des formules générales d'Abragam et Pound [28] les valeurs des coefficients G_2 et G_4, en fonction de $\omega\tau$ correspondant à une perturbation de la corrélation par le couplage du moment quadrupolaire du noyau intermédiaire de spin 4 avec les champs électriques environnants dans l'hypothèse d'un milieu assimilable à une poudre cristalline.

$$G_2 = \frac{1}{1155}\left[331 + \frac{10}{1+k^2} + \frac{81}{1+9k^2} + \frac{180}{1+16k^2} + \frac{175}{1+25k^2} + \frac{196}{1+49k^2} + \frac{126}{1+64k^2} + \frac{56}{1+144k^2}\right],$$

$$G_4 = \frac{2}{9009}\left[995{,}5 + \frac{81}{1+k^2} + \frac{430}{1+9k^2} + \frac{121}{1+16k^2} + \frac{70}{1+25k^2} + \frac{490}{1+49k^2} + \frac{560}{1+64k^2} + \frac{441}{1+81k^2} + \frac{630}{1+144k^2} + \frac{490}{1+225k^2} + \frac{196}{1+256k^2}\right],$$

où $k = \omega\tau$.

On voit sur la figure 12 que les valeurs expérimentales de G_2 et G_4 ($G_2 = 0{,}74$ et $G_4 = 0{,}61$) sont

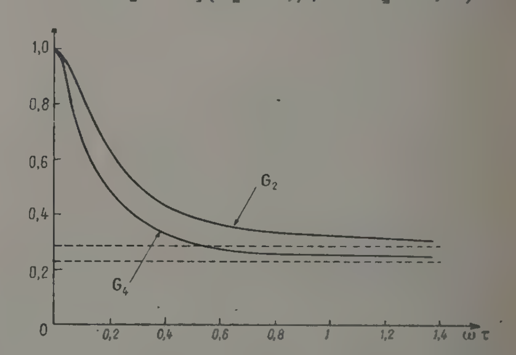


Fig. 12. — Variation de G_2 et G_4 pour $J = 4$.

compatibles avec la valeur $\omega\tau = 0{,}13$ pour laquelle $G_2 = 0{,}75$, $G_4 = 0{,}60$. La précision de cet accord est en faveur des hypothèses faites précédemment : valeur 4 pour le spin de l'état intermédiaire et atténuation de la corrélation par le couplage électrique.

Pourtant il faut remarquer que cette discussion ne tient pas compte de l'existence possible d'un niveau excité de 142 keV, suggéré par la mesure récente de la structure fine [19]. Si ce niveau se désexcitait par l'émission d'un rayonnement γ

de 142 keV la corrélation observée correspondrait à une superposition de deux cascades $\alpha - \gamma$.

Toutefois l'analyse des résultats obtenus permet de conclure : soit que ce niveau se désexcite par l'émission de deux photons en cascade, soit que son spin est supérieur ou égal à 3. En conséquence, l'intensité du rayonnement γ de 142 keV correspondant, est nulle ou très faible, et par suite ne modifie pas la discussion précédente (1).

3° Comparaison des résultats avec la théorie des niveaux de rotation. — Les résultats obtenus dans l'étude de la corrélation angulaire $\alpha_2 - \gamma_2$ s'interprètent de façon satisfaisante si l'on admet que le spin de l'état intermédiaire est 4. Le niveau fondamental, et les états excités de 67,8 et 210 keV du ^{226}Ra auraient donc respectivement les spins 0, 2, 4 et la parité +. Ce résultat est en accord avec l'hypothèse faite par A. Bohr et B. Mottelson [29] que ces niveaux excités du ^{226}Ra seraient des niveaux de rotation. La théorie prévoit, en effet, pour ces niveaux, lorsqu'on n'est pas trop près des couches fermées, des propriétés caractéristiques : pour les noyaux pairs-pairs dont l'état fondamental a le spin 0 et la parité +, ces niveaux ont également la parité + et dans l'ordre des énergies d'excitation croissantes les spin 2, 4, 6, ... De plus, la théorie prévoit le rapport des énergies d'excitation de deux niveaux de rotation, $\frac{E_4}{E_2}$ étant égal à 3,3 (ou légèrement inférieur). Pour le ^{226}Ra, on trouve

$$\frac{E_4}{E_2} \doteq \frac{210}{67,8} = 3,1$$

et cet accord avec la théorie avait conduit Bohr et Mottelson à identifier ces deux niveaux comme des niveaux de rotation.

Il nous a paru intéressant de vérifier plus avant cette hypothèse puisque la théorie de Bohr et Mottelson permet le calcul théorique complet du rapport $\frac{(\omega\tau)_2}{(\omega\tau)_4}$ obtenu précédemment dans l'étude des corrélations $\alpha_1 - \gamma_1$ et $\alpha_2 - \gamma_2$.

Si l'on fait ce rapport, on voit en effet d'après la formule (10) que le gradient du champ électrique qui intervient dans $\omega\tau$ et que l'on peut supposer être le même dans les deux transitions s'élimine (4).

On obtient

$$\frac{(\omega\tau)_2}{(\omega\tau)_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1}\,\frac{Q_2}{Q_1}\,\frac{J_1(2J_1-1)}{J_2(2J_2-1)}, \qquad (14)$$

où τ_1, Q_1, J_1 et τ_2, Q_2, J_2 sont les vies moyennes, les moments quadrupolaires et les spins des niveaux excités de 67,8 et 210 keV respectivement ($J_1 = 2$, $J_2 = 4$).

La théorie de Bohr et Mottelson dans le cas des niveaux de rotation permet d'exprimer le rapport $\frac{Q_2}{Q_1}$ en fonction seulement des spins 2 et 4 et le rapport de vies moyennes γ en fonction seulement des spins et des énergies E_γ.

On obtient

$$\omega\tau \sim \frac{2J+1}{(2J+3)J(J-1)}\,\frac{1}{E_\gamma^5}\,\frac{1}{1+\alpha}, \qquad (15)$$

où le facteur de proportionalité s'élimine dans le rapport. α est le coefficient de conversion du rayonnement γ que nous avons calculé à l'aide de [30].

On obtient alors

$$\frac{(\omega\tau)_2}{(\omega\tau)_1} = 0,11 \pm 0,04.$$

L'erreur provient de l'imprécision sur les E_γ et les α.

Les valeurs

$$(\omega\tau)_2 = 0,13 \qquad \text{et} \qquad (\omega\tau)_1 = 1$$

obtenues au paragraphe précédent conduisent à

$$\frac{(\omega\tau_1)_2}{(\omega\tau)_1} = 0,13$$

en accord avec la valeur théorique.

Cette vérification des formules de Bohr et Mottelson n'a pas la précision d'autres critères comme par exemple l'étude des rapports des énergies d'excitation des niveaux de rotation. En effet, d'une part la valeur du rapport « théorique » $\frac{(\omega\tau)_2}{(\omega\tau)_1}$ n'est pas encore connue avec une grande précision à cause des erreurs possibles sur les énergies des rayonnements γ et des coefficients de conversion, d'autre part la valeur « expérimentale » que nous comparons à la valeur théorique est obtenue d'une façon assez indirecte et peut aussi être entachée d'une erreur (inférieure à 40 pour 100). Toutefois nous avons obtenu au cours de cette étude une série d'accords successifs des résultats expérimentaux avec la théorie qui peut être considérée comme une indication en faveur des hypothèses que nous avons faites, à savoir : perturbation de la corrélation par le couplage électrique et existence des deux premiers niveaux de rotation à 67,8 et 210 keV dans le ^{226}Ra.

6. **Corrélation α, rayonnement X.** — Lorsqu'un noyau émet une particule α et passe dans un état intermédiaire qui se désexcite partiellement par

(1) *Note à correction des épreuves.* — Une mesure récente, des coïncidences $\alpha - \gamma$, à l'aide d'nne chambre d'ionisation et d'un compteur à scintillations, avec sélıction d'énergie sur les deux voies, a montré qu'il n'y a aucune raie d'intensité mesurable, autre que la raie α_2 en coïncidence avec le rayonnement de 142 keV.

(4) Comme l'ont remarqué Abragam et Pound [28] à cause du recul important du noyau après une émission α, $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ doit varier d'un noyau à l'autre et la valeur de $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ qui intervient dans ω représente une moyenne sur ces différentes valeurs.

conversion interne, on peut s'attendre à une corrélation angulaire entre la particule α et le rayonnement X du réarrangement de l'atome consécutif à la conversion interne. Le principe de la corrélation est le suivant : Si l'on fixe la direction de la particule α, l'état intermédiaire du noyau est polarisé sauf si cet état a un spin o ou $\frac{1}{2}$ ou si la particule a un moment orbital nul. Si l'on considère la conversion interne dans une sous-couche électronique l_j, du fait que le noyau est polarisé, les probabilités a_m de conversion dans les $2j+1$ états magnétiques de la sous-couche l_j caractérisés par la projection m de j ne seront en général pas égales. (C'est cet effet qui donne lieu à la possibilité d'une corrélation angulaire α — électron de conversion.) Par suite, les différents états électroniques n'étant pas libres avec la même probabilité,

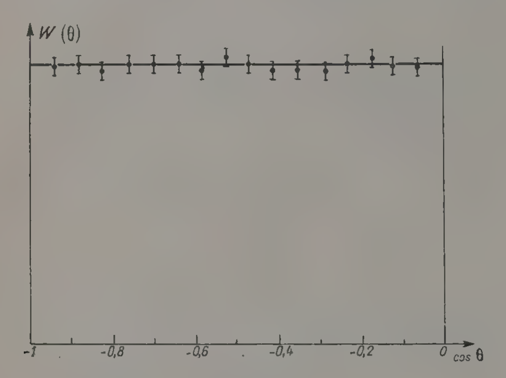


Fig. 13. — Corrélation α_1 — L.

le rayonnement X sera en général émis de façon anisotrope. Toutefois, il résulte des propriétés d'invariance des hamiltoniens d'interaction par rapport à une inversion des axes de coordonnées que les probabilités a_m ne dépendent pas du signe de m. Par suite, le rayonnement X sera isotrope si $j = \frac{1}{2}$. On n'observera donc pas de corrélation avec les rayonnements K, L_{I}, L_{II}, M_{I}, M_{II}, ..., les autres rayonnements X pouvant en principe donner lieu à un anisotropie. Nous avons étudié expérimentalement la corrélation angulaire α — rayonnement X dans l'ionium où le rayonnement X correspondait à la conversion interne du rayonnement de 67,8 keV. Cette énergie est insuffisante pour que la conversion K ait lieu. La transition étant une transition quadrupolaire électrique, la conversion L_{I} est négligeable, les conversions L_{II} et L_{III} étant à peu près équiprobables. Le nombre de photons de réarrangement des sous-couches L_{II} et L_{III} étant peu différents dans le cas du ^{226}Ra, le rayonnement X observé se composait donc de rayonnement L_{II} et L_{III} en part à peu près égales. Le cas de l'ionium est donc particulièrement favorable puisque les rayonnements K et L_{I} qui donnent lieu à un fond isotrope atténuant la corrélation sont absents. Cependant nous n'avons pu mettre en évidence aucune anisotropie (*fig.* 13).

Il est possible d'expliquer ce résultat sans faire un calcul complet, mais en calculant seulement l'anisotropie maximum que peut donner un rayonnement L_{III} [31].

Dans le cas des atomes lourds comme le ^{226}Ra, le rayonnement L_{III} est dû, dans sa presque totalité ($\sim$ 90 pour 100) aux transitions

$$M_{\text{V}} \to L_{\text{III}} \quad \text{et} \quad N_{\text{V}} \to L_{\text{III}},$$

c'est-à-dire à des transitions électroniques

$$d\frac{5}{2} \to p\,\frac{3}{2}.$$

Prenant pour axe Oz la direction d'émission de la particule α, désignons par a^2 et b^2 les probabilités relatives de conversion dans les états $m = \pm\frac{1}{2}$ et $m = \pm\frac{3}{2}$ respectivement de la sous-couche $P\frac{3}{2}$; $(a^2 + b^2 = 1)$. Nous admettrons les états de la sous-couche $d\frac{5}{2}$ complètement occupés. Le rayonnement émis étant un dipôle électrique, sa distribution angulaire est donnée par

$$w(\theta) = \sum_{M=-1}^{+1} Z_{LM}(\theta, \varphi) \left\{ a^2 C^2_{\frac{5}{2},1}\left(m M; \frac{3}{2}\,\frac{1}{2}\right) + b^2 C^2_{\frac{5}{2},1}\left(m M; \frac{3}{2}\,\frac{1}{2}\right) \right\}.$$

Les coefficients C sont les coefficients de Clebsch-Gordan. La fonction $Z_{LM}(\theta\varphi)$ donne la distribution angulaire d'un rayonnement électromagnétique L, M [32].

On obtient

$$w(\theta) = 1{,}05\,a^2 + 0{,}95\,b^2 - 0{,}15(a^2 - b^2)\cos^2\theta.$$

On vérifie que si $a^2 = b^2$ la distribution est isotrope.

$w(\theta)$ présente un maximum pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ et un minimum pour $\theta = \pi$ si $a^2 - b^2$ est > 0, l'inverse si $a^2 - b^2$ est < 0. L'anisotropie maximum

$$\frac{w_{\max} - w_{\min}}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} w(\theta)\sin\theta\,d\theta} = 0{,}15\,|\,a^2 - b^2\,|$$

est donc inférieure à 15 pour 100 et ne peut atteindre cette valeur que dans le cas peu probable où l'une des probabilités a^2 ou b^2 est nulle.

Dans l'expérience que nous avons faite, le rayonnement X observé contenait environ 50 pour 100 de rayonnement L_{II} isotrope, c'est-à-dire que la valeur maximum de l'anisotropie était réduite

à 7,5 pour 100. La précision des résultats expérimentaux permet d'affirmer que l'anisotropie réelle est inférieure à 4 pour 100, ce qui donne

$$|a^2 - b^2| < 0,5.$$

Il est en principe possible de vérifier ce résultat en effectuant le calcul de a^2 et b^2. Toutefois ce calcul relativement long et donnant difficilement la précision nécessaire ne paraît pas justifié par l'intérêt du résultat. En effet, toute corrélation angulaire entre un rayonnement nucléaire et un rayonnement X en coïncidence ne pouvant donner lieu qu'à une anisotropie très faible et difficile à mettre en évidence n'offre pas l'intérêt des autres types de corrélations angulaires pour l'étude de la spectroscopie nucléaire.

Nous remercions Mme I. Joliot-Curie, M. A. Berthelot et M. N. Surdin pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Nous remercions également M. le Haut-Commissaire à l'Énergie atomique qui a bien voulu nous prêter le sélecteur à 10 canaux.

Enfin, trois d'entre nous remercient le Centre National de la Recherche Scientifique pour les allocations qu'il nous a accordées.

Manuscrit reçu le 13 mai 1954.

Note ajoutée sur épreuves. — Dans un travail récent (*C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 296), nous avons mesuré la corrélation $\alpha_3 - \gamma_3$ et montré que le niveau de 250 keV a le spin 1 et la parité moins.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Kulchitski, Latyshev et Bulyginski. — *Dokl. Akad. Nauk S.S.S.R.*, 1949, **64**, 57.
[2] Beling, Feld et Halpern. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 155.
[3] de Benedetti et Minton. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 944.
[4] Battey, Madansky et Rasetti. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 182.
[5] Horton. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1953, **28**, 53.
[6] Gorodetzky, Gallmann, Knipper et Ambnister. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 245.
[7] Temmer et Wyckoff. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 913.
[7 *bis*] Milton et Fraser. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1954, **29**, 40.
[8] Falk-Vairant. Teillac, Valladas et Benoist. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1409.
[9] Benoist, Teillac, Valladas et Falk-Vairant. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1656.
[10] Batchelor et Flowers. — *A.E.R.E.*, p. 166.
[11] Rossi et Staub. — Ionisation chambers and Counters, Mc Graw Hill, New-York, 1949.
[12] Glaso. — *Rev. Sc. Inst.*, 1949, **20**, 239.
[13] Guillon. — *Onde électr.*, 1953, **33**, 627.
[14] Wahl. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 97 A.
[15] Valladas. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 53 A.
[16] Rose. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 610.
[17] Rosenblum, Valadares et Vial. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **227**, 1088.
[18] Valladas. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 2230.
[19] Rosenblum, Valadares, Blandin-Vial et Bernas. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1946.
[20] Falk-Vairant et Teillac. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 659.
[21] Rosenblum et Valadares. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 2359.
[22] Curie. — *J. Physique Rad.*, 1949, **10**, 381.
[23] Riou. — *Ann. Phys.*, 1953, **8**, 535.
[24] Bouissières, Falk-Vairant, Riou, Teillac et Victor. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1874.
[25] Rasetti et Booth. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 315.
[26] Biedenharn et Rose. — *Rev. Mod. Physics*, 1953, **25**, 729.
[27] Alder. — *Helv. Phys. Acta*, 1952, **25**, 234.
[28] Abragam et Pound. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 943.
[29] Bohr et Mottelson. — *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1953, **27**, n° 16.
[30] Gellman, Griffith et Stanley. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 944.
[31] Benoist. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1498.
[32] Blatt et Weisskopf. — *Theoretical Nuclear Physics*, 1952, p. 594.

THÉORIE DU COUPLAGE DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES ORDINAIRE ET EXTRAORDINAIRE DANS UN PLASMA INHOMOGÈNE ET ANISOTROPE ET CONDITIONS DE RÉFLEXION. APPLICATIONS A L'IONOSPHÈRE.

Par R. JANCEL et T. KAHAN,
Institut H. Poincaré, Sorbonne.

Sommaire. — Ayant rappelé des résultats obtenus antérieurement sur la conductivité des plasmas anisotropes ([1] et [2]), les auteurs appliquent ces résultats à l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu inhomogène et du couplage des rayons ordinaire et extraordinaire. L'emploi de la méthode d'approximations B.K.W. permet de définir les indices de réfraction d'un tel milieu et les conditions de réflexion correspondant aux divers modes de propagation, en étudiant la surface de Riemann d'une certaine fonction multiforme; le cas particulier de l'ionosphère est traité en détail.

Dans nos travaux antérieurs sur la théorie des plasmas faiblement ionisés [1], en présence d'un champ électrique oscillant et d'un champ magnétique constant d'intensité et d'orientation quelconque, nous avons établi l'expression la plus générale pour le tenseur de conductivité d'un tel milieu [2].

Sans entrer ici dans le détail de cette théorie, détails qui feront l'objet d'une publication ultérieure, nous nous bornons à reproduire brièvement la marche du raisonnement et les résultats qui interviennent dans la théorie de la propagation et du couplage des rayons ordinaire et extraordinaire que nous nous proposons de traiter ici en détail, ainsi que les conditions de réflexion.

1. Équation de Boltzmann et tenseur diélectrique. — Notre point de départ est l'équation intégro-différentielle de Boltzmann, appliquée au cas d'un mélange binaire lorentzien, soumis à un champ électrique $\mathbf{E}\cos\omega t$ et à un champ magnétique constant $\mathbf{H}_0$, d'orientation et d'intensité quelconque. Nous avons montré que la fonction de répartition f_1 des vitesses de la composante lourde était maxwellienne et que celle du gaz électronique f_2 était déterminée par l'équation (l'indice 1 se rapporte à la composante lourde et l'indice 2 à la composante électronique) [1], [2] :

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + \left[\boldsymbol{\Gamma}_2\cos\omega t + \frac{e_2}{m_2}(\mathbf{v}_2\wedge\mathbf{H}_0)\right]\overrightarrow{\mathrm{grad}}_{v_2} f_2 = \iiint (f'_1 f'_2 - f_1 f_2)\, g b \, \mathrm{d}b \, \mathrm{d}\varepsilon \, \mathbf{dv}_1, \qquad (1)$$

où

$$\boldsymbol{\Gamma}_2 = \frac{e_2\mathbf{E}}{m_2} \qquad \text{et} \qquad e_2(\mathbf{v}_2\wedge\mathbf{H}_0)$$

représente la force de Lorentz.

En cherchant une solution de la forme :

$$\begin{aligned} f_2 = f_2^{(0)}(v_2) &+ (\alpha_2^{(1)}\cos\omega t + \beta_2^{(1)}\sin\omega t)(\boldsymbol{\Gamma}_2\mathbf{v}_2) \\ &+ (\xi_2^{(1)}\cos\omega t + \eta_2^{(1)}\sin\omega t)(\mathbf{H}_0\wedge\boldsymbol{\Gamma}_2)\mathbf{v}_2 \\ &+ (\gamma_2^{(1)}\cos\omega t + \delta_2^{(1)}\sin\omega t)[\mathbf{H}_0\wedge(\mathbf{H}_0\wedge\boldsymbol{\Gamma}_2)]\mathbf{v}_2, \qquad (2) \end{aligned}$$

où $\alpha_2^{(1)}$, $\beta_2^{(1)}$, $\xi_2^{(1)}$, $\eta_2^{(1)}$, $\gamma_2^{(1)}$ et $\delta_2^{(1)}$ sont des fonctions de v_2, et en portant cette expression dans l'équation (1) nous avons obtenu les sept équations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\Gamma_2^2}{6}(\alpha_2^{(1)} - H_0^2\sin^2\varphi\,\gamma_2^{(1)}) = \frac{kT}{m_1\lambda}\frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial v_2} + \frac{m_2 v_2}{m_1\lambda} f_2^{(0)}, \\ &\frac{\partial f_2^{(0)}}{\partial v_2} + \omega v_2\beta_2^{(1)} - \frac{e_2 H_0^2}{m_2} v_2 \xi_2^{(1)} - \omega v_2 H_0^2\delta_2^{(1)} = -\frac{\alpha_2^{(1)} v_2^2}{\lambda} + \frac{H_0^2 v_2^2\gamma_2^{(1)}}{\lambda}, \\ &-\omega v_2\alpha_2^{(1)} - \frac{e_2 H_0^2}{m_2} v_2\eta_2^{(1)} + \omega v_2 H_0^2\gamma_2^{(1)} = -\frac{\beta_2^{(1)} v_2^2}{\lambda} + \frac{H_0^2\delta_2^{(1)} v_2^2}{\lambda}, \\ &\omega\eta_2^{(1)} + \frac{e_2}{m_2}\alpha_2^{(1)} - \frac{e_2 H_0^2}{m_2}\gamma_2^{(1)} = -\frac{\xi_2^{(1)} v_2}{\lambda}, \\ &-\omega\xi_2^{(1)} + \frac{e_2}{m_2}\beta_2^{(1)} - \frac{e_2 H_0^2}{m_2}\delta_2^{(1)} = -\frac{\eta_2^{(1)} v_2}{\lambda}, \\ &\omega\delta_2^{(1)} + \frac{e_2}{m_2}\xi_2^{(1)} = -\frac{\gamma_2^{(1)} v_2}{\lambda}, \\ &-\omega\gamma_2^{(1)} + \frac{e_2}{m_2}\eta_2^{(1)} = -\frac{\delta_2^{(1)} v_2}{\lambda} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

qui permettent de calculer $f_2^{(1)}$ et les six fonctions déterminant la première approximation de la fonction de répartition. De ces équations on tire :

$$f_2^{(0)} = \text{const.}\exp\left[-\int_0^{v_2}\frac{6ACm_2v_2\,\mathrm{d}v_2}{6ACkT + \Gamma_2^2 C_\varphi m_1\lambda}\right], \qquad (4)$$

où

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{\lambda^2\omega^2(1-z)^2 + v_2^2(1+z)^2}{\lambda(1+z)}, \\ C &= \frac{\lambda^2\omega^2 + v_2^2}{\lambda^2\omega^2 + v_2^2 - zB}, \\ C_\varphi &= \frac{\lambda^2\omega^2 + v_2^2 - zB\cos^2\varphi}{\lambda^2\omega^2 + v_2^2 - zB}, \\ B &= \frac{\lambda^2\omega^2(3-z) - v_2^2(1+z)}{1+z}, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

avec

$$z = \frac{e_2^2 H_0^2 \lambda^2}{m_2^2(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)}.$$

$\lambda(v_2)$ est le libre parcours moyen d'un électron de vitesse v_2; il est défini par :

$$\lambda(v_2) = \frac{v_2}{2\pi n_1 \varphi_{12}(v_2)}, \qquad (6)$$

avec

$$\varphi_{12}(v_2) = \int_0^\infty (1 - \cos\chi) g b \, db,$$

et dépend donc essentiellement de la loi d'interaction entre les électrons et la composante lourde [1].

On trouve alors à partir du système (3) et de (4) :

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_2^{(1)} &= \frac{6 m_2 v_2 f_2^{(0)}}{U},\\
\beta_2^{(1)} &= \frac{6 m_2 C\lambda\omega[(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)(1 - z) - zB']f_2^{(0)}}{(1+z)(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)U},\\
\xi_2^{(1)} &= \frac{6 e_2 \lambda C f_2^{(0)}}{(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)U}\left[\lambda^2\omega^2\left(\frac{1-z}{1+z}\right) - v_2^2\right],\\
\eta_2^{(1)} &= -\frac{12 e_2 \lambda^2 \omega C v_2 f_2^{(0)}}{(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)(1+Z)U},\\
\gamma_2^{(1)} &= -\frac{6 m_2 v_2 z_1 B f_2^{(0)}}{H_0^2(\lambda^2\omega^2 + v_2^2 - zB)U},\\
\delta_2^{(1)} &= -\frac{6 m_2 \lambda\omega Z B' C f_2^{(0)}}{H_0^2(1+z)(\lambda^2\omega^2 + v_2^2)U},
\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

avec

$$B' = \lambda^2\omega^2(1 - z) - v_2^2(3 + z)$$

et

$$U = 6ACkT + \Gamma_2^2 C_\varphi m_1 \lambda.$$

Le courant de conduction est défini par :

$$\mathbf{I} = \frac{4\pi n_2 e_2^2}{3 m_2}[J_1 \mathbf{E} + J_2(\mathbf{H}_0 \wedge \mathbf{E}) + J_3 \mathbf{H}_0 \wedge (\mathbf{H}_0 \wedge \mathbf{E})], \qquad (8)$$

avec

$$\left.\begin{aligned}
J_1 &= \int_0^\infty (\alpha_2^{(1)}\cos\omega t + \beta_2^{(1)}\sin\omega t) v_2^4 \, dv_2\\
&= 6 m_2 (G_1 \cos\omega t + \omega G_1' \sin\omega t),\\
J_2 &= \int_0^\infty (\xi_2^{(1)}\cos\omega t + \eta_2^{(1)}\sin\omega t) v_2^4 \, dv_2\\
&= 6\, e_2\, (G_2 \cos\omega t - 2\omega G_2' \sin\omega t),\\
J_3 &= \int_0^\infty (\gamma_2^{(1)}\cos\omega t + \delta_2^{(1)}\sin\omega t) v_2^4 \, dv_2\\
&= -\frac{6 m_2}{H_0^2}(G_3 \cos\omega t + \omega G_3' \sin\omega t),
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

où la définition des intégrales G_1, G_1', G_2, G_2', G_3''' et G_3' est évidente à partir de (7).

On déduit immédiatement de (8) l'expression du tenseur de conductivité; en prenant des axes tels que les composantes de $\mathbf{H}_0$ soient (o, $-H_0 \sin\varphi$, $H_0 \cos\varphi$) et celles de $\mathbf{E}$ (E_x, E_y, E_z), on trouve :

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \mu[(G_1 + G_3)\cos\omega t + \omega(G_1' + G_3')\sin\omega t],\\
\sigma_{xy} &= -\sigma_{yx}\\
&= -\mu\omega_H \cos\varphi(G_2 \cos\omega t - 2\omega G_2' \sin\omega t),\\
\sigma_{xz} &= -\sigma_{zx}\\
&= -\mu\omega_H \sin\varphi(G_2 \cos\omega t - 2\omega G_2' \sin\omega t),\\
\sigma_{yy} &= \mu[(G_1 + G_3\cos^2\varphi)\cos\omega t\\
&\qquad + \omega(G_1' + G_3'\cos^2\varphi)\sin\omega t],\\
\sigma_{yz} &= \sigma_{zy}\\
&= \mu \sin\varphi\cos\varphi(G_3 \cos\omega t + \omega G_3' \sin\omega t),\\
\sigma_{zz} &= \mu[(G_1 + G_3\sin^2\varphi)\cos\omega t\\
&\qquad + \omega(G_1' + G_3'\sin^2\varphi)\sin\omega t],
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

avec

$$\mu = 8\pi n_2 e_2^2 \qquad \text{et} \qquad \omega_H = \frac{e_2 H_0}{m_2} \quad \text{(gyrofréquence)}.$$

On tire de (10), l'expression du tenseur diélectrique que nous écrirons sous forme complexe :

$$\varepsilon'_{xx} = 1 - 4\pi\mu\left[(G_1' + G_3') + i\frac{(G_1 + G_3)}{\omega}\right] = \varepsilon_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{\mathrm{III}},$$

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon'_{xy} &= -\varepsilon'_{yx}\\
&= -4\pi\mu\omega_H\left(2G_2' - i\frac{G_2}{\omega}\right)\cos\varphi = \varepsilon_{\mathrm{II}}\cos\varphi,\\
\varepsilon'_{xz} &= -\varepsilon'_{zx}\\
&= -4\pi\mu\omega_H\left(2G_2' - i\frac{G_2}{\omega}\right)\sin\varphi = \varepsilon_{\mathrm{II}}\sin\varphi,\\
\varepsilon'_{yy} &= 1 - 4\pi\mu\left[(G_1' + G_3'\cos^2\varphi)\right.\\
&\qquad \left. + i\frac{(G_1 + G_3\cos^2\varphi)}{\omega}\right] = \varepsilon_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{\mathrm{III}}\cos^2\varphi,\\
\varepsilon'_{yz} &= \varepsilon'_{zy}\\
&= -4\pi\mu\left(G_3' + i\frac{G_3}{\omega}\right)\sin\varphi\cos\varphi = \varepsilon_{\mathrm{III}}\sin\varphi\cos\varphi,\\
\varepsilon'_{zz} &= 1 - 4\pi\mu\left[(G_1' + G_3'\sin^2\varphi)\right.\\
&\qquad \left. + i\frac{(G_1 + G_3\sin^2\varphi)}{\omega}\right] = \varepsilon_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{\mathrm{III}}\sin^2\varphi,
\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

où l'on a posé :

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_{\mathrm{I}} &= 1 - 4\pi\mu\left(G_1' + i\frac{G_1}{\omega}\right),\\
\varepsilon_{\mathrm{II}} &= -4\pi\mu\omega_H\left(2G_2' - i\frac{G_2}{\omega}\right),\\
\varepsilon_{\mathrm{III}} &= -4\pi\mu\left(G_3' + i\frac{G_3}{\omega}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

En vue des applications au cas de l'ionosphère, nous allons calculer les expressions précédentes en supposant que

$$\frac{\Gamma_2^2 C_\varphi m_1 \lambda}{6ACkT} \ll 1 \qquad \text{et} \qquad \frac{v_2^2}{\lambda^2} \ll \omega^2.$$

La première condition (qui est réalisée pour des

champs électriques faibles) entraîne que $f_2^{(0)}$ est maxwellien (avec une température égale à celle de la composante lourde); la deuxième condition exprime que la fréquence de chocs est faible par rapport à la pulsation du champ électrique (réalisée dans les couches E et F de l'ionosphère [1]). Avec ces hypothèses, on trouve : $U \# 6\,ACkT$, d'après la première condition et d'après la seconde :

$$z \# \frac{\omega_H^2}{\omega^2}, \qquad A \# \frac{\lambda\omega^2(1-z)^2}{1+z}, \qquad B \# \frac{\lambda^2\omega^2(3-z)}{1+z},$$

$$C = \frac{1+z}{(1-z)^2}, \qquad B' \# \lambda^2\omega^2(1-z),$$

d'où :

$$\left.\begin{aligned}
G_1 &\# \frac{\overline{v_2^2}}{24\pi kT\lambda\omega^2},\\
G'_1 &\# \frac{1}{8\pi m_2\omega^2},\\
G_2 &\# \frac{1}{8\pi m_2(\omega^2-\omega_H^2)},\\
G'_2 &\# \frac{\overline{v_2^2}}{24\pi kT\lambda(\omega^2-\omega_H^2)^2},\\
G_3 &\# \frac{\omega_H^2(3\omega^2-\omega_H^2)\overline{v_2^2}}{24\pi kT\lambda\omega^2(\omega^2-\omega_H^2)^2},\\
G'_3 &\# \frac{\omega_H^2}{8\pi m_2\omega^2(\omega^2-\omega_H^2)}
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

et des expressions correspondantes pour $\varepsilon_{\rm I}$, $\varepsilon_{\rm II}$ et $\varepsilon_{\rm III}$.

2. **Équations de propagation dans un plasma inhomogène et anisotrope (ionosphère).** — Le plasma considéré est caractérisé par le tenseur diélectrique (11) qui est fonction de l'altitude z (¹) par l'intermédiaire de la densité électronique $n_2(z)$. Nous allons établir les équations de propagation dans le cas où la normale à l'onde se confond avec l'axe Oz et où les champs ont des expressions harmoniques de la forme

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(z)\,e^{i\omega t}.$$

Nous admettrons dans ce travail que la variation de $n_2(z)$ est beaucoup plus rapide que celle de $n_1(z)$ (densité moléculaire) qui intervient dans la définition du libre parcours $\lambda(v_2)$ (6). On peut donc considérer $\lambda(v_2)$ comme indépendant de z, sinon l'application pratique de la théorie deviendrait très complexe.

Partons des équations de Maxwell mises sous la forme :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\text{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{D}}{\partial t^2} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\text{div}\,\mathbf{E} - \Delta\mathbf{E}, \tag{14}$$

où

$$\mathbf{D} = \|\varepsilon\|\,\mathbf{E}.$$

(¹) Il est évident que le z défini par (5) n'a rien à faire avec l'altitude z.

avec

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(z)\,e^{i\omega t}, \qquad \mathbf{E} = \mathbf{E}(z)\,e^{i\omega t} \tag{15}$$

(le symbole $\|\varepsilon\|$ désignant la matrice ε).

En portant (15) dans (14), on obtient le système suivant :

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{d^2E_x}{dz^2} &= \frac{\omega^2}{c^2}[\|\varepsilon\|\mathbf{E}]_x\\
&= \frac{\omega^2}{c^2}[\varepsilon'_{xx}E_x+\varepsilon'_{xy}E_y+\varepsilon'_{xz}E_z],\\
-\frac{d^2E_y}{dz^2} &= \frac{\omega^2}{c^2}[\|\varepsilon\|\mathbf{E}]_y\\
&= \frac{\omega^2}{c^2}[\varepsilon'_{yx}E_x+\varepsilon'_{yy}E_y+\varepsilon'_{yz}E_z],\\
D_z = 0 &= [\|\varepsilon\|\mathbf{E}]_z = \varepsilon'_{zx}E_x+\varepsilon'_{zy}E_y+\varepsilon'_{zz}E_z.
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

En tirant E_z de la dernière équation (16) et en portant cette valeur dans les deux premières, on a :

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2E_x}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\left[\frac{\varepsilon'_{xx}\varepsilon'_{zz}+\varepsilon'^2_{xz}}{\varepsilon'_{zz}}E_x + \frac{\varepsilon'_{xy}\varepsilon'_{zz}-\varepsilon'_{xz}\varepsilon'_{yz}}{\varepsilon'_{zz}}E_y\right]=0,\\
&\frac{d^2E_y}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\left[\frac{-\varepsilon'_{xy}\varepsilon'_{zz}+\varepsilon'_{yz}\varepsilon'_{xz}}{\varepsilon'_{zz}}E_x + \frac{\varepsilon'_{yy}\varepsilon'_{zz}-\varepsilon'^2_{yz}}{\varepsilon'_{zz}}E_y\right]=0.
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Nous écrirons ce système sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2}+\|M\|\,\mathbf{E}=0, \tag{18}$$

où $\|M\|$ est une matrice à deux lignes et deux colonnes

$$\begin{pmatrix} M_{xx} & M_{xy}\\ M_{yx} & M_{yy}\end{pmatrix},$$

avec, d'après (17) et (11) :

$$\left.\begin{aligned}
M_{xx} &= \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon'_{xx}\varepsilon'_{zz}+\varepsilon'^2_{xz}}{\varepsilon'_{zz}}\\
&= \frac{\omega^2}{c^2}\frac{(\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III})(\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III}\sin^2\varphi)+\varepsilon_{\rm II}^2\sin^2\varphi}{(\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III}\sin^2\varphi)},\\
M_{xy} &= -M_{yx}\\
&= \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon'_{xy}\varepsilon'_{zz}-\varepsilon'_{xz}\varepsilon'_{yz}}{\varepsilon'_{zz}} = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_{\rm I}\varepsilon_{\rm II}\cos\varphi}{\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III}\sin^2\varphi},\\
M_{yy} &= \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon'_{yy}\varepsilon'_{zz}-\varepsilon'^2_{yz}}{\varepsilon'_{zz}} = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_{\rm I}(\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III})}{(\varepsilon_{\rm I}+\varepsilon_{\rm III}\sin^2\varphi)}.
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Remarquons que si $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

$$M_{xy} = -M_{yx} = 0,$$

de sorte que les deux équations (17) sont indépendantes et ont pour solutions deux ondes planes distinctes polarisées à angle droit et se propageant

avec des vitesses de phase différentes (ici les rayons ordinaire et extraordinaire correspondent respectivement à des indices complexes donnés par ε_I et $\frac{(\varepsilon_I+\varepsilon_{III})^2+\varepsilon_{II}^2}{\varepsilon_I+\varepsilon_{III}}$: c'est le cas de la propagation transversale). Ce langage n'a de sens que si la variation de la densité électronique en fonction de z est suffisamment faible pour pouvoir parler de propagation d'onde; cette condition sera d'ailleurs précisée dans la suite pour le cas de φ quelconque. Nous verrons alors que, si $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$, les deux rayons ordinaire et extraordinaire sont couplés par la présence du terme M_{xy}.

3. **Méthode d'approximation B. K. W.** — Pour résoudre le système (18) dans le cas général, nous l'écrirons sous la forme :

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} + \theta^2 \|M\| \mathbf{E} = 0, \tag{20}$$

où θ est un paramètre de développement et nous chercherons des solutions de la forme :

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{A} \exp\left[2\pi i\theta \int_0^z y\, dz\right]. \tag{21}$$

On en tire :

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz} = 2\pi i\theta y \mathbf{E}(z), \qquad \frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} = [2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2[\mathbf{E}(z)$$

et, en portant ces expressions dans (20), nous obtenons l'équation matricielle suivante :

$$[(2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2)\ \|1\| + \theta^2 \|M\|]\mathbf{E} = 0, \tag{22}$$

où $\|1\|$ représente la matrice unité. Cette équation n'admet de racines que si le déterminant de la matrice agissant sur $\mathbf{E}$ est nul, soit :

$$(2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2 + \theta^2 M_{xx}) \times (2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2 + \theta^2 M_{yy}) - \theta^4 M_{yx} M_{xy} = 0, \tag{23}$$

d'où l'on tire facilement une équation du deuxième degré en $(2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2)$:

$$(2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2)^2 + \theta^2(M_{xx} + M_{yy}) \times (2\pi i\theta y' - 4\pi^2\theta^2 y^2) + \theta^4(M_{xx}M_{yy} + M_{xy}^2) = 0. \tag{24}$$

En résolvant (24) on arrive à une équation du type de Riccati :

$$\frac{2\pi i}{\theta} y' - 4\pi^2 y^2 = \frac{-(M_{xx}+M_{yy}) \pm \sqrt{(M_{xx}+M_{yy})^2 - 4(M_{xx}M_{yy}+M_{xy}^2)}}{2} \tag{25}$$

que nous écrirons sous la forme :

$$\frac{y'}{2\pi i\theta} = D_\pm - y^2, \tag{26}$$

où $D_\pm$ a pour expression, d'après (25) et (19)

$$D_\pm = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \frac{(\varepsilon_I + \varepsilon_{III})(2\varepsilon_I + \varepsilon_{III}\sin^2\varphi) + \varepsilon_{II}^2 \sin^2\varphi \pm \sqrt{[\varepsilon_{III}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \varepsilon_{II}^2]^2 \sin^4\varphi - 4\varepsilon_I^2\varepsilon_{II}^2\cos^2\varphi}}{2(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}\sin^2\varphi)}. \tag{27}$$

Pour résoudre (26), nous chercherons pour y un développement selon les puissances de $\frac{1}{2\pi i\theta}$, soit :

$$y = y_0 + \frac{1}{2\pi i\theta} y_1 + \frac{1}{(2\pi i\theta)^2} y_2 + \ldots \tag{28}$$

et, en portant cette expression dans (26), il vient :

$$\frac{1}{2\pi i\theta}\left(y'_0 + \frac{1}{2\pi i\theta} y'_1 + \frac{1}{(2\pi i\theta)^2} y'_2 + \ldots\right) = D_\pm - \left(y_0 + \frac{1}{2\pi i\theta} y_1 + \frac{1}{(2\pi i\theta)^2} y_2 + \ldots\right)^2.$$

En identifiant les termes de même puissance en θ, on obtient (en s'arrêtant au terme de second ordre) :

$$y_0 = \pm\sqrt{D_\pm}, \tag{29}$$

$$y_1 = -\frac{y'_0}{2y_0}, \tag{30}$$

$$y_2 = -\frac{y'_1 + y_1^2}{2y_0}. \tag{31}$$

Si nous utilisons seulement (29) et (30), on obtient pour $\mathbf{E}(z)$:

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{A} \exp\left[2\pi i\theta\left(\int \pm \sqrt{D_\pm}\, dz - \frac{1}{8\pi i\theta}\int \frac{D'_\pm}{D_\pm} dz\right)\right]$$
$$= \mathbf{A} \exp\left[\pm 2\pi i\theta \int \sqrt{D_\pm}\, dz\right] \exp\left[\log \frac{1}{D^{\frac{1}{4}}}\right]$$
$$= \frac{\mathbf{A}}{D_\pm^{\frac{1}{4}}} \exp\left[\pm 2\pi i\theta \int_0^z \sqrt{D_\pm}\, dz\right]. \tag{32}$$

Soit en faisant $\theta = 1$ et en posant [1] :

$$W_\pm^2 = D_\pm = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} Y_\pm^2, \tag{33}$$

$$\mathbf{E}(z) = \frac{\mathbf{A}}{W_\pm^{\frac{1}{2}}} \exp\left[\pm 2\pi i \int_0^z W_\pm\, dz\right] \tag{34}$$

[1] Notre Y actuel est la racine carrée de l'Y utilisé dans nos travaux antérieurs.

ou encore :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(z)\,e^{i\omega t} = \frac{\mathbf{A}}{W_{\pm}^{\frac{1}{2}}} \exp\left[2\pi i\left(\nu t \pm \int_0^z W_{\pm}\,\mathrm{d}z\right)\right]$$

$$= \frac{\mathbf{A}'}{Y_{\pm}^{\frac{1}{2}}} \exp\left[i\omega\left(t \pm \frac{1}{c}\int_0^z Y_{\pm}\,\mathrm{d}z\right)\right]. \quad (35)$$

On voit d'après les formules (35) que W est l'inverse de la longueur d'onde, $W_{\pm} = \frac{1}{\Lambda_{\pm}}$, et que $Y_{\pm}$ est l'indice de réfraction, $Y_{\pm} = \frac{c}{\nu\Lambda_{\pm}} = \frac{\Lambda_0}{\Lambda_{\pm}}$ (Λ_0 étant la longueur d'onde dans le vide). Ces grandeurs sont fonctions de z par l'intermédiaire des quantités ε_{I}, ε_{II} et ε_{III} figurant dans (27).

La formule (35) n'est valable que s'il est légitime de s'en tenir à la première approximation de (28). Cela revient à supposer que $\left|\frac{y_1}{y_0}\right| \ll 1$, soit

$$\left|\frac{y'_0}{2y_0^2}\right| = \left|\frac{W'_{\pm}}{2W_{\pm}^2}\right| \ll 1,$$

ce qui s'écrit, en introduisant $\Lambda_{\pm}$

$$\frac{1}{W_{\pm}}\left|\frac{\mathrm{d}W_{\pm}}{\mathrm{d}z}\right| \ll \frac{2}{\Lambda_{\pm}} \quad \text{ou encore} \quad \frac{1}{Y_{\pm}}\left|\frac{\mathrm{d}Y_{\pm}}{\mathrm{d}z}\right| \ll \frac{2}{\Lambda_{\pm}}. \quad (36)$$

On voit donc que les formules (35) ne sont valables que dans le cas où l'indice de réfraction est une fonction lentement variable de l'altitude z à l'échelle de la longueur d'onde; ceci achève de préciser dans quelles limites on a le droit de parler de propagation d'ondes planes dans un milieu à indice variable. Cette condition n'est plus valable au voisinage des points définis par $Y_{\pm} = 0$. Tant que l'on est loin de ces points (à une distance égale à plusieurs longueurs d'onde), on a affaire à deux ondes de vitesses de phase différentes et qui correspondent aux deux indices de réfraction lentement variables $Y_{\pm}$ caractérisant les rayons ordinaire et extraordinaire. (Avec $\omega_H < 0$, le rayon extraordinaire correspond au signe —, soit à Y_-, et le rayon ordinaire au signe +, soit à Y_+). Les signes ± devant les intégrales de (34) et (35) correspondent à une propagation selon Oz positif ou Oz négatif.

Nous allons étudier, sous cette condition, quelques cas particuliers bien connus et retrouver des résultats usuels par des approximations appropriées.

4. Cas particuliers et approximations. — 1° Cas particuliers. — *a. Propagation longitudinale.* — On a, dans ce cas, $\varphi = 0$, soit $\mathbf{H}_0$ dirigé selon Oz. On tire, à partir de (27) et (33), l'indice complexe ordinaire et extraordinaire :

$$Y_{\text{ol}} = \sqrt{(\varepsilon_{\text{I}} + \varepsilon_{\text{III}}) + i\varepsilon_{\text{II}}}, \qquad Y_{\text{el}} = \sqrt{(\varepsilon_{\text{I}} + \varepsilon_{\text{III}}) - i\varepsilon_{\text{II}}}. \quad (37)$$

b. Propagation transversale. — On a alors $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\mathbf{H}_0$ est perpendiculaire à Oz.

On obtient :

$$Y_{\text{ot}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{I}}}, \qquad Y_{\text{et}} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_{\text{I}} + \varepsilon_{\text{III}})^2 + \varepsilon_{\text{II}}^2}{\varepsilon_{\text{I}} + \varepsilon_{\text{III}}}}. \quad (38)$$

2° Approximations. — *a.* Nous appliquerons d'abord les formules (37) et (38) au cas où le champ électrique $\mathbf{E}$ est faible et où la fréquence de chocs des électrons est petite devant la pulsation de l'onde $\left(\frac{\rho_2^2}{X^2} \ll \omega^2\right)$. Ces conditions qui sont généralement satisfaites dans l'ionosphère nous conduisent à appliquer les formules (13). Nous supposerons de plus que sont satisfaites les conditions qui permettent de négliger les intégrales G_1, G'_2 et G_3 qui déterminent les absorptions (*voir* [1]). Les formules (37) et (38) donnent alors immédiatement les indices de réfraction réels.

On a :

Propagation longitudinale :

$$\left.\begin{aligned} n_{\text{ol}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega - \omega_H)}}, \\ n_{\text{el}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + \omega_H)}}; \end{aligned}\right\} \quad (37')$$

Propagation transversale :

$$\left.\begin{aligned} n_{\text{ot}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}, \\ n_{\text{et}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2(\omega^2 - \Omega^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_H^2 - \Omega^2)}}, \end{aligned}\right\} \quad (38')$$

où l'on a posé

$$\Omega^2 = \frac{4\pi n_2(z)\,e_2^2}{m_2}. \quad (39)$$

b. $\mathbf{H}_0$ *est faible ou* ω *très grand.* — Dans ce cas le rapport $\frac{\omega_H^2}{\omega^2}$ est négligeable et les formules (37′) et (38′) donnent :

$$\left.\begin{aligned} n'_{\text{ol}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{\omega_H}{\omega}\right)}, \\ n'_{\text{el}} &= \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{\omega_H}{\omega}\right)}, \end{aligned}\right\} \quad (37'')$$

$$n'_{\text{ot}} = n'_{\text{et}} = \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}, \quad (38'')$$

formules que nous avons déjà établies [1].

c. Fréquences critiques et approximations quasi-longitudinales et quasi-transversales. — On calcule aisément à partir des formules (37′) et (38′) les fréquences critiques qui annulent les indices correspondants et déterminent ainsi usuellement les conditions de réflexion. On a :

Propagation longitudinale :

$$\left.\begin{aligned} \omega_{oc}^{l} &= \frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\Omega^2 + \frac{\omega_H^2}{4}}, \\ \omega_{ec}^{l} &= -\frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\Omega^2 + \frac{\omega_H^2}{4}}; \end{aligned}\right\} \qquad (40)$$

Propagation transversale

$$\left.\begin{aligned} \omega_{oc}^{t} &= \Omega, \\ \omega_{ec}^{t} &= -\frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\Omega^2 + \frac{\omega_H^2}{4}}. \end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

Dans le cas général, on doit appliquer la formule (27); mais on peut montrer, en nous plaçant dans les approximations précédentes, que, selon l'importance relative des termes sous le radical de l'expression (27), on a une propagation de type longitudinal ou de type transversal. Nous aurons ainsi l'approximation quasi-longitudinale (Q. L.) si

$$|\varepsilon_{III}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \varepsilon_{II}^2| \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi \ll 2|\varepsilon_I|.|\varepsilon_{II}|$$

ou l'approximation quasi-transversale (Q. T.) si

$$|\varepsilon_{III}(\varepsilon_I + \varepsilon_{III}) + \varepsilon_{II}^2| \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi \gg 2|\varepsilon_I|.|\varepsilon_{II}|.$$

Avec les approximations précédentes, ces deux conditions s'écrivent :

$$\frac{1}{2}|\omega_H| \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi \gtrless \frac{\omega^2 - \Omega^2}{\omega} \qquad (42)$$

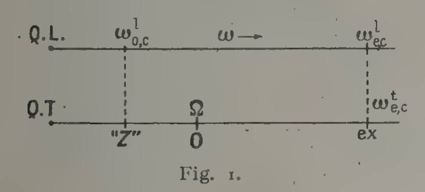


Fig. 1.

et nous retrouvons ainsi des résultats connus [3].

La condition (42) dépend étroitement de la densité électronique Ω^2. Pour des densités faibles, c'est l'approximation quasi-longitudinale qui est valable $\left(\text{le voisinage de l'équateur magnétique mis à part, car } \varphi \text{ est alors voisin de } \frac{\pi}{2}\right)$ pour des densités élevées, c'est l'approximation quasi-transversale. En général, c'est presque toujours l'approximation Q. T. qui est valable au voisinage du point de réflexion; des exceptions se présentent seulement pour une propagation presque longitudinale (au voisinage des pôles magnétiques) où l'on observe aussi des réflexions du type longitudinal. On obtient alors trois rayons réfléchis, le rayon ordinaire de type longitudinal étant appelé le rayon z (*fig.* 1). Il résulte d'un couplage des composantes ordinaire et extraordinaire que nous allons maintenant étudier.

5. Couplage et conditions de réflexion. — Nous avons vu que l'indépendance des rayons ordinaire et extraordinaire n'est garantie que lorsqu'on est loin des points où $Y_\pm$ s'annule (ou devient infinie). L'indice de réfraction $Y_\pm$ est une fonction de la coordonnée z (altitude) et comme cette dépendance n'a lieu (par hypothèse) que par l'intermédiaire de $n_2(z)$, nous étudierons la variation de $Y_\pm$ en fonction de

$$Z = \frac{4\pi n_2(z) e_2^2}{m_2} = \Omega^2,$$

et nous supposerons dans la suite que Z est complexe, ce qui revient à admettre une propagation atténuée des ondes.

L'étude précise de $Y_\pm$ au voisinage des points qui l'annulent (ou la rendent infinie) est très délicate et il n'est pas utile de l'entreprendre pour obtenir des résultats qualitatifs. En effet, considérons une onde se propageant suivant les z croissants; en posant

$$S = \int_0^z W_\pm \, dz, \qquad (43)$$

elle aura pour expression, d'après (35) :

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{A}}{\left(\frac{dS}{dz}\right)^{\frac{1}{2}}} \exp[i\omega t - 2\pi i S] \qquad (43)$$

et la phase $S(z)$ de l'onde augmente jusqu'à ce que $W_\pm$ s'annule. Or au voisinage des points qui annulent $W_\pm$ (et, par conséquent, $Y_\pm$) l'approximation précédente n'est plus valable mais, si dans le plan complexe on contourne un tel point, la fonction $S(z)$ change de signe et l'onde se propage alors dans le sens des z décroissants; (43) devient :

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{A}}{\left(\frac{dS}{dz}\right)^{\frac{1}{2}}} \exp[i\omega t + 2\pi i S], \qquad (43')$$

c'est l'onde réfléchie. On voit donc que les zéros de $Y_\pm$ (ainsi que les pôles) correspondent aux points de réflexion des ondes. D'une manière plus générale, on peut dire que l'étude des conditions de réflexion se trouve ainsi ramenée à l'étude des points critiques et du comportement autour de ces points critiques d'une fonction multiforme $Y(Z)$ qui admet quatre déterminations correspondant à $\pm Y_\pm$. La surface de Riemann de $Y(Z)$ sera donc à quatre feuillets, dont deux correspondront à des ondes progressives dans le sens des z croissants ou décroissants, chacun de ces couples comportant lui même une onde ordinaire et une extraordinaire correspondant respectivement à Y_+ et Y_-.

Il est facile de vérifier que la fonction multiforme $Y(Z)$ est définie par une équation bicarrée

$$aY^4 + bY^2 + c = 0$$

avec

$$
\left.
\begin{aligned}
a &= [1 - Z(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III}\sin^2\varphi)],\\
c &= (1 - Z\varepsilon'_{I})\{[1 - Z(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III})]^2 + Z^2\varepsilon'^2_{II}\},\\
b &= -\{[1 - Z(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III})][2 - Z(2\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III}\sin^2\varphi)]\\
&\qquad + Z^2\varepsilon'^2_{II}\sin^2\varphi\},\\
\Delta &= b^2 - 4ac = \{Z\varepsilon'_{III}[1 - Z(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III})]\\
&\qquad + Z^2\varepsilon'^2_{II}\}^2\sin^4\varphi - 4(1 - Z\varepsilon'_{I})^2 Z^2\varepsilon'^2_{II}\cos^2\varphi,
\end{aligned}
\right\} \quad (44)
$$

où l'on a posé :

$$\varepsilon_{I} = 1 - Z\varepsilon'_{I}, \qquad \varepsilon_{II} = Z\varepsilon'_{II}, \qquad \varepsilon_{III} = Z\varepsilon'_{III}. \qquad (45)$$

De sorte que l'on a :

$$Y = f(Z) = \pm\sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}} \qquad (46)$$

dont la surface de Riemann a quatre feuillets Y^{I}, Y^{II}, Y^{III} et Y^{IV}, où Y^{I} correspond aux signes (+, +), Y^{II} à (—, +), Y^{III} à (+, —) et Y^{IV} à (—, —) dans (46).

L'étude de $Y(Z)$ sur sa surface de Riemann s'effectue en déterminant les points critiques de (46) qui sont : les zéros et les pôles de Y (qui échangent les déterminations I, II ou III, IV) et les zéros de Δ autour desquels s'échangent les déterminations I, III ou II, IV. *L'existence de ces derniers points montre que les rayons ordinaire et extraordinaire sont couplés puisque l'on peut passer des feuillets* I, II (*correspondant au rayon ordinaire*) *aux feuillets* III, IV *correspondant au rayon extraordinaire.*

On voit facilement que la fonction Y admet sept points critiques (ou points de ramification) qui sont donnés par :

1° $a = 0$ détermine Z_0 qui est pôle et point critique pour les feuillets III et IV :

I
II
III
IV Z_0

2° $Z = \infty$ qui est pôle et point critique dans tous les feuillets :

Z_∞

3° $c = 0$ détermine trois points critique Z_1, Z_2, Z_3 respectivement donnés par :

α. $1 - Z_1\varepsilon'_{I} = 0$:

Z_1

β. $1 - Z_2(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III} + i\varepsilon'_{II}) = 0$:

Z_2

γ. $1 - Z_3(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III} - i\varepsilon'_{II}) = 0$:

Z_3

4° $\Delta = 0$, ce qui donne

$$\{\varepsilon'_{III}[1 - Z(\varepsilon'_{I} - \varepsilon'_{III})] + Z\varepsilon'^2_{II}\}\sin^2\varphi = \pm 2(1 - Z\varepsilon'_{I})\varepsilon'_{II}\cos\varphi,$$

d'où l'on tire :

$$Z_4 = \frac{-\varepsilon'_{III}\sin^2\varphi + 2\varepsilon'_{II}\cos\varphi}{[\varepsilon'^2_{II} + \varepsilon'_{III}(\varepsilon'_{III} - \varepsilon'_{I})]\sin^2\varphi + 2\varepsilon'_{I}\varepsilon'_{II}\cos\varphi},$$

$$Z_5 = \frac{-\varepsilon'_{III}\sin^2\varphi - 2\varepsilon'_{II}\cos\varphi}{[\varepsilon'^2_{II} + \varepsilon'_{III}(\varepsilon'_{III} - \varepsilon'_{I})]\sin^2\varphi - 2\varepsilon'_{I}\varepsilon'_{II}\cos\varphi}$$

dont les connexions sont les suivantes :

Z_4 et Z_5

Dans le cas général où l'on ne fait aucune approximation, les différents points critiques se calculent à partir des formules précédentes et des relations (12) et (45) reliant les grandeurs ε'_{I}, ε'_{II}, ε'_{III} aux intégrales G_1, G'_1, G_2, G'_2, G_3 et G'_3 qui servent de base à la théorie; la partie imaginaire des points Z détermine un facteur d'atténuation pour les divers modes de propagation.

Ayant ainsi défini la méthode générale pour l'étude de $Y(Z)$, nous allons l'appliquer dans le cas où les approximations déjà utilisées sont valables, ce qui correspond au cas de l'ionosphère $\left(\mathbf{E}\right.$ petit et $\left.\frac{v_2^2}{\lambda^2} \ll \omega^2\right)$ (nous négligeons également les intégrales G_1, G'_2 et G_3). Les formules précédentes nous donnent alors :

1° $Z_0 = \dfrac{\omega^2}{1 + \dfrac{\omega_H^2\sin^2\varphi}{\omega^2 - \omega_H^2}}$:

$$\begin{Bmatrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ \text{I} & \text{II} & \text{IV} & \text{III} \end{Bmatrix};$$

il correspond au rayon signalé par Rai [5].

2° $Z_1 = \omega^2$:

$$\begin{Bmatrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ \text{II} & \text{I} & \text{III} & \text{IV} \end{Bmatrix}.$$

3° $Z_2 = \omega(\omega + \omega_H)$:

$$\begin{Bmatrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ \text{I} & \text{II} & \text{IV} & \text{III} \end{Bmatrix}$$

et $Z_3 = \omega(\omega - \omega_H)$ avec le même schéma.

4° $Z_4 = \omega^2 - i\dfrac{\omega_H\omega\sin^2\varphi}{2\cos\varphi}$, $\quad Z_5 = \omega^2 + i\dfrac{\omega_H\omega\sin^2\varphi}{2\cos\varphi}$;

$$\begin{Bmatrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ \text{III} & \text{IV} & \text{I} & \text{II} \end{Bmatrix}.$$

Les points Z_4 et Z_5 sont imaginaires conjugués et tendent vers le point Z_1 si $\varphi \to 0$; ils établissent le couplage entre les rayons ordinaire et extraordinaire. Nous avons représenté sur la figure 2, la position des divers points critiques dans le plan complexe Z, ainsi que les divers chemins d'intégration qu'il convient de suivre pour obtenir les rayons

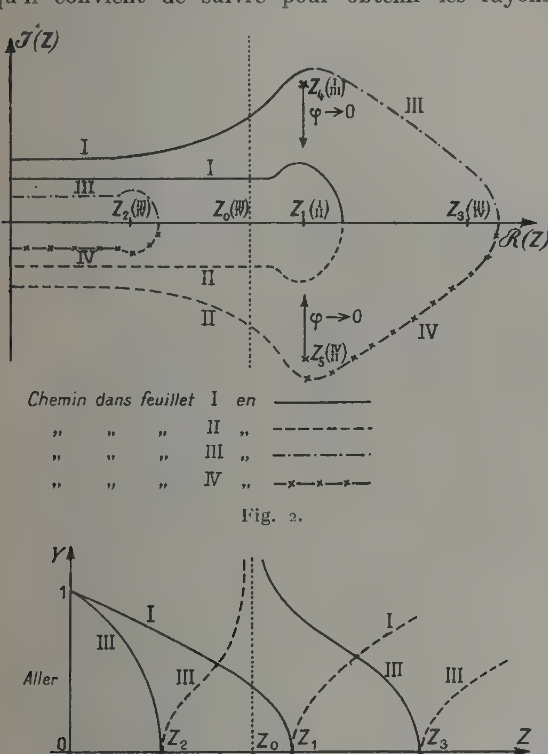


Fig. 2.

Fig. 3.

réfléchis. Nous n'avons pas représenté de lignes de coupure pour ne pas compliquer la figure, mais il va de soi que chaque fois que $Y(Z)$ change de détermination (en tournant autour d'un point singulier) la variable Z a franchi une telle ligne correspondant à ce point. Sur la figure 3, nous avons représenté les variations de Y en fonction de Z (dans les approximations définies plus haut). La partie Y positif correspond aux ondes incidentes et Y négatif aux diverses ondes réfléchies (les traits pleins indiquent la partie réelle des indices correspondant à une propagation non atténuée et les pointillés indiquent la partie imaginaire correspondant à une propagation totalement atténuée).

Avant d'aborder l'étude de la réflexion des ondes, remarquons que l'intégrale (35) qui doit être prise par rapport à z (c'est-à-dire le chemin parcouru par l'onde) peut s'exprimer sur la surface de Riemann en fonction de Z. Le facteur d'atténuation des ondes correspond à la partie imaginaire de $\int_0^z Y\,\mathrm{d}z$ et pourra s'écrire

$$\mathcal{I}\left(\int Y\,\mathrm{d}z\right) = \mathcal{I}\left(\int f(Z)\,\mathrm{d}z\right) = \mathcal{I}\left(\int f(Z)\frac{\mathrm{d}Z}{\left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}z}\right)}\right). \tag{47}$$

Or le premier facteur ne dépend pas de la distribution de la densité électronique dans la couche ionisée; l'intégrale sera donc petite si $\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}z}$ est grand et, par suite, l'affaiblissement des ondes donnée par (47) sera également faible si $\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}z}$ est grand.

D'autre part, d'après les formules donnant Z_4 et Z_5, si l'on considère la contribution de (47) pour un chemin passant par ces points, on voit que cette contribution est petite si l'angle φ est voisin de 0. On peut en conclure qu'il y a un sens physique à considérer des chemins d'intégration passant au voisinage des points Z_4 et Z_5, soit dans le cas d'angles φ petits (hautes latitudes), soit dans des régions où le gradient de n_2 par rapport à z est grand (dans ce dernier cas, remarquons toutefois que les raisonnements basés sur l'hypothèse d'un faible gradient de densité électronique, approximation B. K. W., risquent de tomber en défaut). Nous sommes maintenant en mesure de donner les diverses possibilités de réflexion.

A. Double décomposition normale. — Elle correspond au cas où φ est assez grand.

a. Rayon extraordinaire. — En nous reportant aux figures 2 et 3, partons sur le feuillet III et contournons le point critique Z_2 pour revenir sur le feuillet IV. Ce contour correspond à l'envoi d'une onde extraordinaire et à son retour par réflexion à l'altitude déterminée par Z_2; ce rayon n'est pas atténué dans les approximations utilisées plus haut. La fréquence critique correspondante est donnée par (40) :

$$\omega_{ec} = -\frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\frac{\omega_H^2}{4} + \Omega^2} \# \Omega - \frac{\omega_H}{2}. \tag{48}$$

On voit aussi que dans le feuillet III, les points Z_0 et Z_3 pourraient également constituer des points de réflexion. Cependant, en considérant la figure 3, on voit qu'un rayon devrait, pour les atteindre, traverser des régions de haute absorption (lignes en pointillé), de sorte que ces points de réflexion ont très peu de chances d'être observés (cas du rayon de Rai).

b. Rayon ordinaire. — Partons sur le feuillet I; le seul point à considérer (en dehors de Z_4 et Z_5) est le point Z_1. En contournant ce point, on revient sur le feuillet II, et l'on obtient le rayon ordinaire

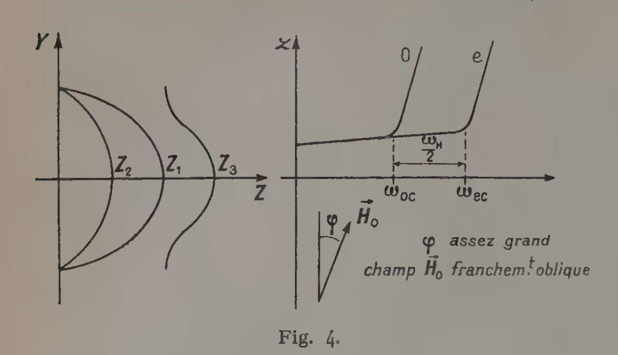


Fig. 4.

réfléchi avec une fréquence critique donnée par (41) :

$$\omega_{oc} = \Omega. \tag{49}$$

D'autre part, le passage par les points Z_4 et Z_5 entraînerait une atténuation élevée, l'angle φ étant non négligeable, de sorte que nous n'avons pas ici à considérer cette possibilité.

En résumé, on aura une double décomposition, la fréquence critique des deux rayons réfléchis différant de $\frac{\omega_H}{2}$; d'où les graphiques de la figure 4.

B. Triple décomposition. — Dans le cas où φ est très petit, les chemins contournant Z_4 et Z_5 doivent être considérés, car ces points se rapprochent alors de Z_1 et l'atténuation d'après (47) pourra être faible. On a toujours le rayon extraordinaire et ordinaire comme dans le cas de la double décomposition. Mais de plus, on peut partir sur le feuillet I,

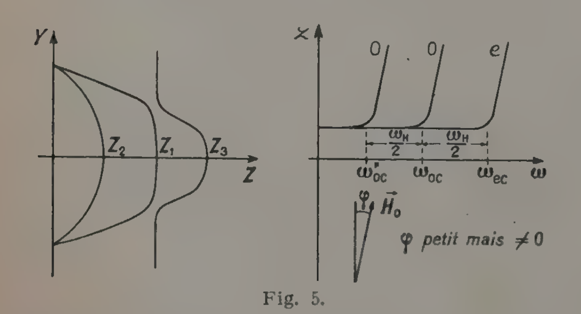


Fig. 5.

passer au feuillet III près de Z_4, contourner le point Z_3 qui nous fait alors passer au feuillet IV et revenir par le feuillet II, en contournant Z_5 (*fig.* 2). On obtient ainsi un couplage o-ex-o qui entraîne la réflexion d'un deuxième rayon ordinaire (le rayon « z », *fig.* 1) au point Z_3, de fréquence critique :

$$\omega'_{oc} = \frac{\omega_H}{4} + \sqrt{\Omega^2 + \frac{\omega_H^2}{4}} \# \Omega + \frac{\omega_H}{2}. \tag{50}$$

On a donc les graphiques de la figure 5.

C. Propagation longitudinale. — On a $\varphi = 0$ et il n'y a plus que deux points critiques Z_2 et Z_3 (Z_0, Z_1, Z_4 et Z_5 se confondent entre eux) : les deux paires de feuillets sont complètement séparées. On a alors la double décomposition longitudinale, le rayon extraordinaire se réfléchissant en Z_2 avec la fréquence critique ω_{oc} donnée par (48) et le rayon ordinaire se réfléchissant en Z_3 avec la fréquence critique ω_{cc} donnée par (50). La différence des fréquences critiques est ici de ω_H comme on le voit sur la figure 6.

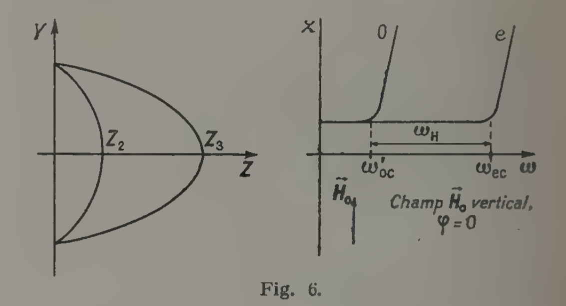


Fig. 6.

Pour terminer, remarquons que les intensités relatives des rayons ordinaires dans le cas de la triple décomposition ne peuvent être calculées qu'en poussant la méthode d'approximations B. K. W. jusqu'à des termes supérieurs à celui du premier ordre (qui permettent de calculer l'intensité du couplage entre les rayons ordinaire et extraordinaire). La méthode précédente donne cependant des résultats qualitatifs intéressants et assez généraux. Nous nous proposons, par ailleurs, de calculer effectivement les intensités dans un travail ultérieur avec une méthode d'approximations plus rapide [9].

En conclusion, nous avons établi que notre méthode permet d'aborder le problème de la propagation des ondes électromagnétiques dans des plasmas anisotropes assez généraux et que les résultats obtenus englobent tous les cas particuliers étudiés jusqu'à présent. Elle permet, de plus, de préciser le sens physique des approximations effectuées, en particulier dans le cas de l'ionosphère (approximations qui limitent la portée des résultats usuels), et d'établir des expressions générales pour l'étude de plasmas où ces conditions limitatives n'interviennent plus.

Manuscrit reçu le 19 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] JANCEL R. et KAHAN T. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 788, 1478 et 2045; 1953, **237**, 1657; *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 533; 1954, **15**, 26.

[2] JANCEL R. et KAHAN T. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 995; *J. Physique Rad.*, sous presse.

[3] RAWER K. — Die Ionosphäre, Hollande, 1953.

[4] ECHERSLEY T. L. — *Proc. Phys. Soc.*, 1950, **63**, 361 B.

[5] RAI R. N. — *Proc. Nat. Instr. Sc.*, 1937, **3**, 307.

[6] HARANG L. — *Terr. Mag. Atm. Électr.*, 1936, **41**, 160.

[7] MEEK J. M. — *Nature*, 1948, **161**, 597.

[8] NEWSTEAD G. — *Nature*, 1948, **161**, 312.

[9] RYDBECK O. E. H. — *Trans. Chalmers Univ. Techn.*, Gothenburg, 1951, **101**.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, FÉVRIER 1955, PAGE 145.

MOUVEMENT PROPRE D'ORIGINE THERMIONIQUE DES COMPTEURS GEIGER

Par R. MEUNIER, M. BONPAS et J. P. LEGRAND.

Commissariat à l'Énergie atomique.

Sommaire. — Le mouvement propre des compteurs Geiger, en dehors du rayonnement cosmique pénétrant et de la radioactivité propre des matériaux du compteur, est composé d'une partie qui dépend de la température et qui croît rapidement avec cette dernière. La loi qui le régit est la loi de Richardson relative à un potentiel d'extraction voisin de 0,65 V. L'analyse des expériences effectuées permet de conclure à une émission d'ions positifs alcalins par la cathode, liée à une pollution de celle-ci.

Le comptage des rayonnements très faibles nous a conduit à étudier les causes du mouvement propre des compteurs Geiger-Müller afin de pouvoir s'en prémunir. Toute cette étude a été réalisée avec des compteurs à cathode métallique, enfermés dans des ampoules de verre, soit en verre ordinaire (Novo), soit en verre dur (Moly). Ils ont tous été remplis avec des mélanges d'argon, de métaxylène ou paraxylène, conformément à la théorie exposée antérieurement [1].

Mouvement propre des compteurs construits. — La première constatation que nous avons faite en utilisant des compteurs de construction identique, mais possédant des cathodes en métaux différents : Al, Mo, Ta, Ni, Bi, Cu, Fe, Ag, était que le mouvement propre ne dépendait que pour une faible part de la nature de la cathode et qu'il était plus fort pour les métaux dont les propriétés chimiques et le mode de préparation rendent probable une pollution par les dérivés de l'uranium ou du thorium.

Nous avons obtenu les valeurs suivantes pour ces compteurs, de 80 cm² de surface de cathode, montés avec une couronne de compteurs en anticoïncidence sous 10 cm de plomb recouvert de cuivre, à la température ambiante :

Coque.	Mouvement propre.	Coque.	Mouvement propre.
Mo	3,7	Fe	4,9
Mo	3,8	Ag	5,3
Ta	3,4	Al	7,8
Ni	6,9	Bi	20
Cu	2,9	Bi	5,5

Toutes ces valeurs sont peu différentes les unes des autres. Dans certains cas, des valeurs beaucoup plus fortes et souvent erratiques sont obtenues, le palier en mouvement propre possède une pente notable, et si la tension est poussée jusqu'à la décharge disruptive, des étincelles jaillissent de points privilégiés du fil, alors que les compteurs normaux ont un fil qui s'illumine dans ces conditions, sur toute sa longueur. Les constatations ont été assez nombreuses pour nous convaincre qu'un mouvement propre nettement supérieur à 10 impulsions/mn était dû à une défectuosité de construction et plus particulièrement à des piqûres sur le fil, et nous avons toujours éliminé ces compteurs.

Influence de la température sur les compteurs. — Nous avons étudié le comportement des compteurs en suivant leurs caractéristiques dans une zone de température comprise entre 0 et 200°.

Nous observons alors les faits suivants :

1° La tension V_s du seuil de fonctionnement du compteur varie avec la température. Au-dessous d'une certaine température T_0, supérieure à la température ambiante pour les compteurs que nous avons construits, cette variation est très rapide. Par exemple, nous avons enregistré des valeurs de $\frac{\delta V_s}{\partial T}$ comprises entre 17 et 30 V/°C.

Au-dessus de la température T_0, V_s est pratiquement constante, $\frac{\delta V_s}{\delta T}$ est en effet inférieur à 0,1 V/°C. Il est visible aussi qu'au-dessous de T_0 la vapeur organique est saturante et qu'au-dessus de T_0 elle est sèche. Il est évident que lorsqu'il n'existe qu'une phase gazeuse dans le compteur,

$\frac{\delta V_s}{\delta T}$ doit être pratiquement nul, car $\frac{\delta V_s}{\delta T}$ est directement fonction du rapport du nombre de molécules de vapeur organique, à celui des atomes d'argon, qui est alors invariable [2]. Dans le cas d'un équilibre entre deux phases, la phase vapeur et la phase équilibre ou adsorbée en surface, $\frac{\delta V_s}{\delta T}$ est égale à $\frac{\delta V_s}{\delta T} \times \frac{\delta p}{\delta T}$ et si $\frac{\delta V_s}{\delta P}$ est une constante, $\frac{\delta P}{\delta T}$ est donné par la loi de l'équilibre liquide-vapeur.

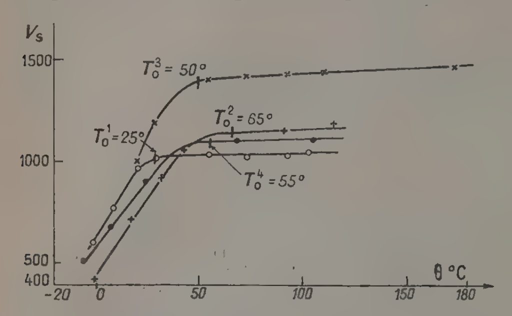


Fig. 1. — Courbe $V_s = f(\theta)$.
Seuil des compteurs en fonction de la température.

2° Le palier du compteur reste sensiblement de la même largeur, et possède la même pente quelle que soit la température, sauf après un chauffage trop prolongé à haute température qui le détériore irréversiblement. Nos compteurs contiennent de la vapeur de mercure en quantité notable, mais elle n'entraîne pas la destruction du plateau entre 20 et 60° comme l'a constaté Joshi [3]. En effet, si cet effet est dû à la formation d'atomes de mercure dans l'état 2^3P_0 4,7 V qui est métastable à vie longue, dans notre cas le métaxylène ou le paraxylène présentent une bande d'absorption encadrant la valeur 4,7 V [4] et la désexcitation des atomes de mercure est possible sans émission de photons capables de donner des photoélectrons à la cathode.

3° Le mouvement propre du compteur est constant au-dessous de la température T_0, donc tant que la cathode est recouverte par un film de xylène condensé. A partir de T_0 il passe brusquement à une valeur plus élevée et croît jusqu'à des valeurs atteignant quelques milliers d'impulsions à la minute vers 200°.

Étude du mouvement propre d'origine thermique. — Nous avons chauffé les compteurs dans un thermostat constitué par un bain d'huile de paraffine contenu dans un vase Dewar lui-même entouré d'une masse d'eau, isolée de l'extérieur par de l'amiante. Une température quelconque entre 0 et 200° pouvait être maintenue à 0,1° près pendant 12 h.

Une montée en température rapide donne au mouvement propre des valeurs non reproductibles et qui décroissent avec le temps, avec une demi-vie initiale de 30 mn [5], [6]. Dans tous les cas, une stabilisation de température pendant quelques heures donne une valeur stable au mouvement propre et que l'on retrouve chaque fois que cette température est réalisée quel que soit le cycle thermique antérieur.

Si nous portons en graphique logarithmique en fonction de la température le mouvement propre N_m mesuré à la température $T > T_0$ diminué du mouvement propre constant N_c au-dessous de T_0, nous obtenons des droites parallèles pour quatre compteurs (*fig.* 2).

N° du compteur.	T (°).	Cathode.	Verre.	Vapeur organique.	Pression totale (mm Hg).
I......	25	Ni	Moly	Métaxylène	100
II......	65	»	Novo	Paraxylène	300
III.....	50	»	Moly	Métaxylène	100
IV.....	55	»	»	»	100

Nous avions pensé initialement que ce mouvement propre pouvait être dû à une émission thermionique d'électrons et nous avons tenté de la vérifier. Si $N_m - N_c$ satisfait à la loi de Richardson qui régit

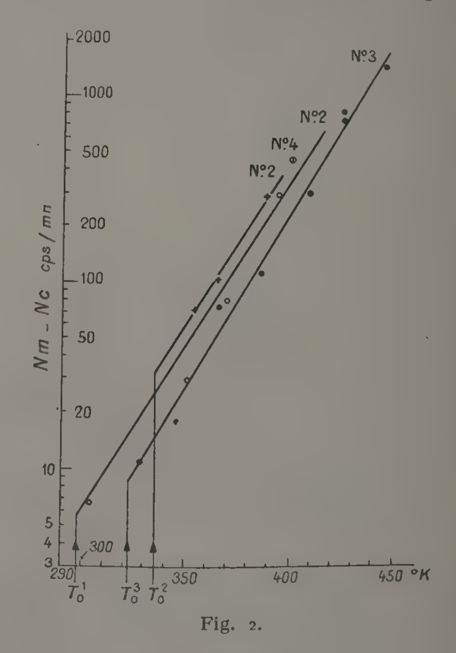


Fig. 2.

les émissions d'électrons et d'ions par une paroi, nous devons avoir :

$$N_m - N_c = a T^2 e^{-\frac{\varphi}{KT}},$$

ce que nous pouvons écrire :

$$\mathrm{Log}_{10} \frac{N_m - N_c}{a T^2} = \mathrm{Log}_{10} a - \frac{b}{T},$$

$\text{Log}_{10} \frac{N_m - N_c}{aT^2}$ est donc une fonction linéaire de $\frac{1}{T}$ et, par conséquent, si nous portons en graphique les points possédant ces coordonnées nous devons trouver une droite. Nous obtenons effectivement aux erreurs expérimentales près des droites sur ce graphique. La valeur de φ peut se calculer à partir de la pente de ces droites qui est égale à $\frac{e\varphi}{K}$ et nous obtenons $\varphi = 0{,}6$ V. Nous savons combien sont délicates les interprétations de ces courbes, mais ce résultat suffit pour exclure la possibilité d'une émission d'électrons par la cathode. Elles sont cohérentes avec une émission d'ions [7], [8], [9], et plusieurs expériences le confirment.

Le mouvement propre est constant tant que la cathode est recouverte d'un film organique. En même temps, le compteur n'est pas photosensible, même si l'on projette sur la cathode à travers une fenêtre mince de mica les ultraviolets d'une lampe à vapeur de mercure [6]. Le mouvement propre prend directement la valeur donnée par la loi de Richardson sitôt la température T_0 dépassée, et le compteur devient tout aussitôt photosensible.

Les valeurs de T_0 dans les expériences exécutées étaient différentes : 25°, 50°, 55° et 65°.

Une réaction chimique fonction de la température ne peut expliquer ces faits. En effet, ils sont liés étroitement à la disparition du film organique de la cathode à la température T_0 et nous ne pourrions obtenir la même loi pour le mouvement propre, au-dessus de T_0, avec des pressions et des gaz différents. Une émission d'ions par la cathode, qui est arrêtée par le film organique, au-dessous de T_0, de la même façon que les photoélectrons sont stoppés, est beaucoup plus probable.

Nous avons pu justifier ce fait en connectant le compteur à l'envers, c'est-à-dire avec le positif sur la cathode. Nous ne pouvons alors espérer compter que des particules à ionisation spécifique élevée, accélérées par le champ électrique. A une température donnée le mouvement propre mesuré avec la tension à l'envers a bien été trouvé égal au mouvement propre mesuré normalement N_m, diminué du mouvement propre fixe N_c.

Ceci s'explique par le fait que dans nos expériences le mouvement propre fixe N_c était dû en grande partie à des radioactivités parasites peu ionisantes qui ne peuvent être mesurées en branchant le compteur à l'envers.

En effet, à $T = 92{,}3°$ avec un compteur à coque de nickel, nous avons enregistré 88 impulsions à l'endroit et 50 à l'envers. La différence 38 est bien sensiblement égale à N_c qui valait 43 impulsions/mn.

Comme le comptage avec le compteur connecté à l'envers est possible, il faut supposer que les particules responsables de ces impulsions sont des ions positifs. Or il a été constaté par de nombreux auteurs [10], [11], [12] que tous les métaux émettaient des ions alcalins Na^+ et K^+ lorsqu'ils étaient chauffés. Richardson étudia en détail la masse des ions émis par différents métaux avec un appareil très analogue à celui qui avait servi à l'étude de la distribution des composantes tangentielles de vitesse dans l'émission électronique.

La mesure du rapport $\frac{e}{m}$ des ions est donc de leur masse lui donna des nombres compris entre 21,1 et 30,5 avec la moyenne 26,9. On pouvait dès lors songer à une impureté commune à tous les corps étudiés. Un perfectionnement de l'appareil qui a restreint le nombre des substances utilisables au platine, la manganine et le fer, donna une masse comprise entre 39,1 et 40,2, les ions étant indiscernables de ceux qui étaient émis par le sulfate de potassium, ce qui conduit à admettre que l'impureté commune émet sous l'influence de la chaleur des ions K^+.

Nous pouvons supposer que les ions que nous comptons sont dus au même phénomène général de pollution des métaux par les alcalins, car le phénomène que nous avons constaté ne dépend pas de la nature des cathodes que nous avons utilisées. Comme vérification de cette hypothèse, nous avons tenté de supprimer ce mouvement propre thermionique de la façon suivante :

Nous avons chauffé à 350° sous vide des compteurs à coques de nickel ou de molybdène, nous avons laissé rentrer l'air à cette température. Nous les avons repompés juste avant de les remplir avec de l'argon et de la vapeur organique. Si les impulsions parasites sont dues à des métaux alcalins, que nous oxydons par ce traitement, nous devons diminuer le mouvement propre thermionique. L'expérience nous montre qu'à 150°, en effet, le mouvement propre thermionique est réduit au 1/10ᵉ de sa valeur, 100 coups/mn au lieu de 1000 coups/mn.

Conclusion. — Comme à la température ambiante, les compteurs Geiger à vapeur non saturante, ont un mouvement propre thermionique de quelques coups par minute, pour une surface de cathode de 80 cm², qu'il est à la fois variable avec la température et avec le temps, nous espérons avoir expliqué une source d'erreurs gênantes dans les mesures de faibles rayonnements avec les compteurs qui sont généralement de ce type.

Ces compteurs Geiger à vapeur saturante ne présentent pas cet inconvénient, et ne se distinguent, dans le cas de l'utilisation de vapeurs aromatiques, des autres compteurs que par la valeur de $\frac{\delta V_s}{\delta T}$ qui varie entre 15 et 30 V/°C.

Aux températures supérieures à 100°, il est nécessaire d'utiliser des compteurs spécialement oxydés avant le remplissage.

Manuscrit reçu le 3 mai 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] MEUNIER R., BONPAS M. et LEGRAND J. P. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 630-634.
[2] JOYET G. et SIMON M. — *Helv. Phys. Acta*, 1948, p. 180-183.
[3] JOSHI C. P. — *Ind. J. Phys.*, 1953, **36**, 393-398.
[4] COOPER C. D. et SPONER H. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 235.
[5] MOTOHARU KIMURA. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 761-762.
[6] RICHARDSON. — *Phil. Mag.*, 1903, **6**, 80.
[7] STRUTT. — *Phil. Mag.*, 1902, **4**, 98.
[8] WEHNELT. — *Ann. Physik*, 1904, **14**, 425.
[9] OWEN. — *Phil. Mag.*, 1904, **8**, 249.
[10] RICHARDSON-HULBERT. — *Phil. Mag.*, 1910, **20**, 545.
[11] RICHARDSON. — *Proc. Roy. Soc.*, 1914, **89**, 507.
[12] BLOCH E. — Les Phénomènes thermioniques. Recueil des Conférences. Rapports de Documentation sur la Physique.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, FÉVRIER 1955, PAGE 148.

COMPTEURS DE GEIGER A COMPTAGE INTERNE CONTENANT DE LA VAPEUR D'EAU TRITIÉE

Par R. MEUNIER, M. BONPAS et J. P. LEGRAND,
Commissariat à l'Énergie atomique.

Sommaire. — La théorie du fonctionnement des compteurs à mélange de remplissage formé de gaz rare et de vapeur organique, exposée antérieurement [7], laisse prévoir que l'on peut ajouter une deuxième vapeur organique sous certaines conditions, sans troubler le fonctionnement du compteur.

La vapeur d'eau a été choisie comme vapeur additionnelle. Les mélanges de remplissage fournissent une nouvelle méthode de comptage du tritium, d'une grande simplicité. Des exemples montrent que la concentration minima en tritium mesurable, d'un échantillon d'hydrogène dans un compteur de volume égal à 20 cm³ est de 10^{-14}.

Le comptage du tritium. — Le seul isotope radioactif de l'hydrogène, d'un intérêt considérable comme traceur, est le tritium ou hydrogène de masse 3. Malheureusement le comptage du tritium est difficile, car ce radioélément n'émet que des rayons β dont l'énergie maxima est de 17,95 keV [1] et l'énergie moyenne de 5,69 keV [2]. Les β ont donc un parcours très faible et ils sont absorbés par les parois les plus minces. La période du tritium est assez longue, 12,41 ans [3] et, en conséquence, l'activité des sources est généralement faible. Un comptage avec un rendement voisin de 100 pour 100 est donc désirable. La méthode du comptage interne permet d'atteindre ce but; le tritium est introduit sous forme de gaz dans un compteur de Geiger [4]. Il fait partie du gaz de remplissage et dans tout le volume sensible du compteur toute désintégration provoque une impulsion. Les difficultés de cette méthode sont bien connues et sont de même nature que celles que l'on rencontre lors du comptage du ^{14}C, l'adjonction d'un gaz quelconque au remplissage d'un compteur de Geiger a les effets les plus néfastes sur les caractéristiques du compteur. Généralement le comptage se fait en utilisant l'hydrogène radioactif pour le remplissage du compteur [4], [5], [6]. Le tritium à mesurer se trouve toujours sous forme d'eau, à un moment de l'expérience, et il faut d'abord opérer une réduction complète de l'eau tritiée, car une séparation isotopique pourrait facilement entraîner des erreurs. L'échantillon d'eau tritiée est donc perdu au cours de cette opération et ceci élimine la possibilité de refaire le comptage, sans recommencer par la réduction qui est la partie la plus longue et la plus fastidieuse de la mesure.

Le comptage de la vapeur d'eau. — Nous avons essayé de nous débarrasser de cette opération et d'utiliser directement de la vapeur d'eau comme adjonction au gaz de remplissage d'un compteur Geiger autocoupeur.

Il est admis que la vapeur d'eau a un effet particulièrement néfaste sur les caractéristiques des compteurs contenant de l'argon et une vapeur organique. L'expérience confirme l'impossibilité d'introduire de l'eau dans les compteurs conventionnels.

Cependant à la lumière de la théorie modifiée du fonctionnement des compteurs Geiger telle que nous l'avons exposée récemment [7], nous déduisons aisément qu'un mélange de remplissage contenant un gaz rare, une vapeur organique et de la vapeur d'eau sera autocoupeur, c'est-à-dire que le compteur possédera un palier et ne sera pas le siège d'impulsions parasites en choisissant la vapeur organique d'après les conditions suivantes :

1° $E_{i\,org.} < E_{iH_2O} < E_t$;

2° $E_{i\,org.} < E_{exc}$;

3° Absorption par la vapeur organique des photons d'énergie eE_{exc};

4° *a.* Absorption par la vapeur organique ou la vapeur d'eau des photons d'énergie :

$$e(E_i - E_{i\,org.}),$$
$$e(E_i - E_{i\,H_2O}),$$
$$e(E_{i\,H_2O} - E_{i\,org.});$$

b. Sinon :

$$e_i - E_{i\,org.} < \Phi,$$
$$e_i - E_{i\,H_2O} < \Phi,$$
$$e_{i\,H_2O} - E_{i\,org.} < \Phi;$$

c. Absorption par la vapeur organique des photons d'énergie :

$$e(E_{exc} - E_{i\,org.}),$$
$$e(E_{exc} - E_{i\,H_2O});$$

d. Sinon :

$$E_{exc} - E_{i\,org.} < \Phi,$$
$$E_{exc} - E_{i\,H_2O} < \Phi;$$

5° *a.* Absorption par la vapeur organique des photons d'énergie :

$$e(E_{i\,org.} - \Phi);$$

b. Sinon :

$$E_{i\,org.} < 2\Phi.$$

L'analyse des courbes d'absorption et des potentiels d'ionisation des gaz rares [8] des vapeurs organiques [9], [10], [11], [12], [13] et de la vapeur d'eau [15] montre que l'on peut satisfaire à toutes ces relations en choisissant l'argon et le métadiméthyl-benzène, ou le paradiméthylbenzène comme gaz de remplissage du compteur. Nous avons, en effet :

$$E_i = 15{,}7\ \text{V},$$
$$E_{exc} = 13{,}5, \quad 14, \quad 14{,}9;$$
$$E_{met} = 10{,}5,$$
$$E_{i\,H_2O} = 12{,}7,$$
$$E_{i\,vap.\,org.} = 8{,}48, \quad 8{,}58,$$
$$3 < \Phi < 4\ \text{V}.$$

Les vapeurs organiques considérées ont des systèmes de bandes d'absorption dans les régions 4 à 4,8 V, 5,4 à 7,2 V ainsi que pour les valeurs supérieures à leur potentiel d'ionisation 8,48-8,58 V.

Description des expériences. — Compteurs. — Les compteurs utilisés étaient du type « néogamma » à cathode métallique de molybdène ou de nickel enfermée dans un tube de verre. La cathode avait un diamètre intérieur de 18 mm et une longueur totale utile de 75 mm. Le fil de tungstène avait un diamètre de 9/100e de millimètre ou de 15/100e.

Remplissage. — L'argon utilisé était spécialement purifié par passage sur de la tournure d'uranium chauffée à 270° et par deux distillations fractionnées. L'argon était stocké dans des ballons en verre Pyrex dégazés pendant plusieurs jours à 500°. Toutes les vannes à vide étaient des vannes à mercure, ce qui élimine les possibilités de fuite et les ennuis causés par les graisses à vide au contact de vapeur organique. Les liquides organiques étaient soigneusement purifiés. La pureté extrême de l'argon et de la vapeur organique sont des conditions impératives.

Une microfuite, comme il s'en rencontre fréquemment à l'endroit des soudures du verre Pyrex suffit à détériorer complètement les caractéristiques des compteurs, même lorsqu'elle n'empêche pas d'obtenir un vide de $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm de Hg. Les vapeurs de mercure provenant des pompes à diffusion de mercure, des manomètres, de la jauge de Mc Leod

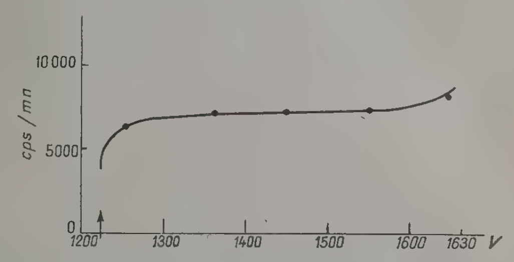


Fig. 1. — Compteur à cathode de nickel rempli à l'eau lourde. Remplissage : Métaxylène, 5,5 mm Hg ; Argon. 108 mm Hg ; Eau lourde, 14,5 mm Hg.

et des vannes à mercure n'étaient pas éliminées du compteur.

L'état métastable 2^3P_0 du mercure, 4,7 V, à vie longue de 10^{-2} s, n'entraîne pas d'impulsions parasites dans notre cas [16]; en effet, les diméthylbenzènes possèdent une bande d'absorption dans la région 2 600 Å [12], [13], [14] qui correspond à l'énergie de l'état métastable du mercure. Avant tout remplissage, le compteur était laissé sous vide de 10^{-5} mm Hg à 350° pendant quelques heures. Le remplissage s'opère à la tension de vapeur saturante, à une température inférieure ou égale à la température ambiante pour l'eau tritiée et égale à la tension de vapeur à 20° pour la vapeur organique. L'argon complète le remplissage jusqu'à la pression de 100 mm de Hg.

Souvent le compteur présente un palier de 350 V rectiligne, mais en pente, une adjonction d'argon ramène la pente à une valeur inférieure à 2 pour 100 (*fig.* 1). La présence d'une impureté, telle que des traces d'air, se traduit par un palier court de moins de 200 V, à pente croissant rapidement en fonction de la surtension. Le mélange des gaz n'est complet qu'au bout de quelques heures, ce que l'on peut vérifier en suivant les variations du taux de comp-

tage du compteur après remplissage avant de le sceller.

La présence de vapeur d'eau dans le compteur élève le seuil de fonctionnement du compteur qui peut passer de 1000 à 2 000 V. Le grand nombre de rotations et de vibrations des molécules polyatomiques accroît la probabilité pour un électron accéléré par le champ de ne pas conduire à l'ionisation en donnant seulement un choc inélastique, au fur et à mesure que la pression de vapeur d'eau croît. Si l'eau se condense, des défauts d'isolement apparaissent dans le compteur, on peut y remédier par chauffage.

Discussion de la méthode. — Cette méthode a l'avantage d'être simple, rapide et reproductible, car l'échantillon d'eau étudié peut servir à plusieurs remplissages et mesures indépendantes. La séparation isotopique à l'évaporation simple est en effet très faible. La méthode est précise, car la quantité de vapeur d'eau déterminée par sa tension de vapeur saturante est connue avec une bonne précision. Le rendement du compteur dans son volume sensible est égale à 100 pour 100, comme nous l'avons vérifié en étudiant d'une part un tel compteur en zone proportionnelle, et d'autre part en mesurant la variation de son rendement pour les rayons γ en fonction de sa teneur en vapeur d'eau.

La stabilité des compteurs remplis à la vapeur d'eau est remarquable. Plusieurs compteurs conservés pendant trois mois, ne montrent aucune variation dans leurs caractéristiques, ni dans leurs taux de comptage, qui allaient de 15 000 à 1 impulsions/mn, à l'exception de la faible décroissance du tritium pendant cette durée.

Un comptage de 10^7 impulsions ne modifie pas leur palier.

La décontamination de l'installation se fait aisément. Il suffit de la laisser sous vide voisin de 10^{-5} mm Hg pendant quelques heures, pour que l'activité d'un compteur rempli à nouveau, à blanc, ne dépasse pas 1/100e de l'activité initiale. Des rentrées d'air non desséché, suivi de pompage décontaminent complètement l'installation.

Mesures effectuées et limite de sensibilité. — Nous avons fait des mesures sur de l'eau de concentration isotopique en tritium comprise entre 10^{-14} et 10^{-8}. L'eau tritiée a été produite en irradiant le sel hydraté $LiNO_3$, $3H_2O$ à la pile de Châtillon.

On peut penser qu'une grande partie des noyaux de tritium se combine avec les radicaux libre OH provenant de la dissociation de l'eau de cristallisation par le rayonnement de la pile. Nous avons donc extrait l'eau de cristallisation par distillation à chaud, en atmosphère oxydante (oxygène ozonisé). La première distillation nous fournit $0{,}8 \pm 0{,}1$ cm^3 d'eau. Une deuxième extraction fut faite après adjonction d'un peu d'eau au sel déshydraté, ainsi qu'une troisième, qui donnèrent respectivement 3,2 et 2,2 cm^3 d'eau. L'activité de la première fraction fut mesurée après dilution de 14 mg dans 377 mg d'eau distillée. Les mesures donnèrent les valeurs suivantes :

Température.	Activité à la minute.	A (*fig.* 2).	Concentration.
— 4°....	$8\,500 \pm 100$	$1{,}2.10^{-12}$	$2{,}75.10^{-6}$
—10°....	$5\,100 \pm 100$	$2{,}0.10^{-12}$	$2{,}75.10^{-6}$
—10°....	$4\,900 \pm 100$	$2{,}0.10^{-12}$	$2{,}64.10^{-6}$
—18°....	$1\,800 \pm 100$	$4{,}2.10^{-12}$	$2{,}05.10^{-6}$
—10°....	$5\,500 \pm 100$	$2{,}0.10^{-12}$	$2{,}96.10^{-6}$
		Moyenne.....	$2{,}60 \pm 0{,}3.10^{-6}$

Fig. 2. — Concentration en tritium de l'eau contenu dans un compteur méogamma de 18 cm^3 de volume utile

$$C = 3{,}97.10^{-12}\,\frac{\tau}{f(\theta)}.$$

La courbe donne la valeur A telle que $C = A\tau$ (τ, taux de comptage à la minute).

L'activité de la deuxième fraction fut trouvée de même égale à $2{,}06 \pm 0{,}5.10^{-8}$ et celle de la troisième négligeable. La quantité de T_2O extraite est donc égale à $2{,}2 \pm 0{,}3.10^{-6}$ g. L'évaluation de la quantité totale formée par irradiation de 17 g de $LiNo_3$ pendant 850 h dans un flux de $9{,}1.10^{12}$n/cm^2 puis pendant 1580 h dans un flux de $3{,}2.10^{12}$n/cm^2/h, conduit à une quantité de $2{,}4 \pm 0{,}3.10^{-6}$ g de T_2O, l'erreur principale provenant de l'évaluation des flux.

La concentration en tritium d'un échantillon de l'eau lourde de Norvège destinée à Zoé, mais n'y ayant jamais été irradiée, a été trouvée de $5{,}35 \pm 1{,}65.10^{-13}$. L'eau lourde de la Pile de Châtillon en octibre 1953 avait une concentration de $6{,}9 \pm 1{,}7.10^{-10}$, inférieure à la quantité prévue. La formation du tritium entraîne la dissociation de la molécule d'eau lourde où la réaction nucléaire

a eu lieu, et il est probable qu'une partie a été éliminée du réacteur sous forme d'hydrogène, en même temps que le deutérium qui se dégage de l'eau soumise au rayonnement.

La sensibilité des compteurs de volume voisin de 20 cm³, du type néogamma, est limitée à la concentration de 10^{-14}. Cette limite est obtenue lorsque la pression de vapeur d'eau est égale à la tension saturante à 20°, et lorsque le mouvement propre du compteur a été ramené à 4 impulsions/min par un blindage de compteurs en anticoïncidence. La courbe de la figure 2 donne la concentration C en tritium d'un compteur néogamma, rempli à la tension de vapeur saturante de l'eau à θ°, et dont le taux de comptage à la minute est τ.

L'utilisation de compteurs de plus grand volume ne présente pas d'inconvénients et reculerait la concentration limite mesurable vers 10^{-16}.

Manuscrit reçu le 3 mai 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Langer L. M. et Moffat R. J. D. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 689.
[2] Ghormley J. A. et Sweeton F. H. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 701.
[3] Jones W. M. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 537.
[4] Faltings V. — *Naturw.*, 1953, **15**, 409.
[5] Lars Melander. — *Acta Chem. Scand.*, 1948, **2**, 440.
[6] Kamen M. D. — *Radioactive Tracers in Biology*. Academic Press, 1948.
[7] Meunier R., Bonpas M. et Legrand J. P. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 630.
[8] Hertz et Klopper. — *Z. Physik.*, 1925, **31**, 463.
[9] Hammond V. J., Price W. C., Teegan J. P. et Walsh A. D. — *Disc. Faraday Soc.*, 1950, **9**, 53.
[10] Morton R. A. et Stubbs A. L. — *J. Chem. Soc.*, 1940. **59**, 1347.
[11] Price W. C. — *Proc. Roy. Soc.*, 1947, **191**, 22.
[12] Cooper C. D. et Sponer H. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 235
[13] Cooper et Sastri. — *J. Chem. Phys.*, 1952, **20**, 607.
[14] Cooper et Sponer. — *J. Chem. Phys.*, 1952, **20**, 1248.
[15] Price W. C. — *J. Chem. Phys.*, 1935, **3**, 256.
[16] Joshi C. P. — *Ind. J. Phys.*, 1953, **36**, 393.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 16, FÉVRIER 1955, PAGE 151.

SYSTÈME DÉTECTEUR A SYMÉTRIE DE RÉVOLUTION POUR CHAMBRE DE WILSON A AUTOCOMMANDE INTERNE

Par H. de LABOULAYE et P. BARREAU.

Service de Physique nucléaire,
Commissariat à l'Énergie atomique (Saclay).

Sommaire. — Une chambre de Wilson à autocommande interne a été équipée d'un système de détection à symétrie de révolution. Ce système consiste en un fil collecteur circulaire concentrique à la source.

Les résultats obtenus permettent d'envisager l'application de la méthode à l'étude de distributions angulaires pourvu qu'on étalonne l'appareil à l'aide d'une réaction connue pour être isotrope.

Introduction. — On sait que le déclenchement automatique des chambres de Wilson par la particule à photographier, réalisé pour la première fois à l'aide de compteurs externes par Blackett (1927) a pu être étendu au domaine de la Physique nucléaire des basses énergies en faisant jouer à la chambre elle-même le rôle de chambre d'ionisation ou de compteur [1], [2], [3]. Cette autocommande interne permet la détection de phénomènes ionisants rares et peu pénétrants [4].

Grâce à une atmosphère convenable, attachant faiblement les électrons d'ionisation primaire, on collecte ceux-ci en un temps suffisamment bref pour que les ions positifs, beaucoup moins mobiles, ne soient pratiquement pas déplacés.

Les électrons collectés fournissent l'impulsion de commande. La trajectoire qu'on photographie n'est plus constituée que des seuls ions positifs.

Malheureusement cette technique introduit une sélectivité directionnelle dans la détection des particules, ce qui la rend impropre entre autres à l'étude de distributions angulaires.

Nous avons tenté de remédier à cette lacune en réalisant, sinon une détection rigoureusement isotrope, du moins une détection de révolution limitée à une nappe plane correspondant à la zone éclairée de la chambre de Wilson.

Principe de la méthode. — La sélectivité directionnelle provient du fait que deux particules identiques de même énergie mais de position différente par rapport aux électrodes provoquent des impulsions de commande d'amplitudes différentes.

En effet :

1° tout électron collecté induit dans l'électrode collectrice une variation de potentiel proportionnelle

au travail qu'il effectue dans le champ, travail qui dépend de sa position initiale;

2° ce même électron a une probabilité appréciable de s'attacher en chemin pour constituer un gros ion négatif pratiquement immobile. Le travail total effectué dépend alors non seulement de sa position initiale, mais de sa position d'attachement.

Pour des champs pas trop forts, la probabilité d'attachement ne dépend que du temps mis par l'électron pour être collecté, les caractéristiques du milieu étant fixées. Ce temps dépend de la position initiale de l'électron.

Donc l'amplitude de la variation totale de potentiel de l'électrode collectrice dépend des positions initiales de tous les électrons de la trajectoire, ainsi que des caractéristiques d'attachement du milieu.

On connaît de nombreuses méthodes pour s'affranchir de cet effet directionnel (entre autres la chambre d'ionisation à grille), mais la plupart d'entre elles s'adaptent difficilement à la géométrie d'une chambre de Wilson.

Une solution intéressante est de réaliser un champ constant et de coupler l'électrode collectrice à un système électronique à temps de réponse bref en regard du temps de dérive des électrons.

Nous avons tenté de l'appliquer à notre chambre de Wilson en prenant pour électrodes planes et parallèles d'une part la plaque métallique perforée servant de support de velours au fond de la chambre, d'autre part la glace supérieure rendue conductrice par semi-métallisation. Bien que quelques photos aient été obtenues par cette technique, nous ne l'avons pas poursuivie, étant perturbés par un grand nombre d'impulsions parasites dues sans doute à un défaut d'isolement. Nous pensons que cette méthode devrait être reprise.

Nous avons préféré utiliser le principe couramment employé dans les compteurs, c'est-à-dire faire effectuer aux électrons la plus grande partie de leur travail au voisinage immédiat de l'électrode collectrice en donnant à celle-ci la forme d'un fil fin. Ce mode de détection n'est isotrope que si l'attachement est très faible, ce qui n'est pas le cas ici. On peut néanmoins obtenir une détection de révolution en donnant au fil collecteur une forme circulaire concentrique à la source, celle-ci étant alors de petites dimensions. A cause de l'attachement, ce dispositif sélectionne les trajectoires peu inclinées sur le plan du fil, ce qui est avantageux dans le cas d'une chambre de Wilson.

Montage expérimental. — La disposition géométrique de la source et de l'électrode collectrice est visible sur la photographie 1 et la figure 2.

La source est un mince dépôt d'uranium (30 μg/cm²) sur membrane de formvar (20 μg/cm²). Elle émet environ 10 α par minute dans l'angle solide 4 π.

L'électrode collectrice est un fil d'acier extra-dur (« corde à piano ») de 0,4 mm de diamètre dont les extrémités sont jointes bout à bout.

Son élasticité propre lui assure la forme circulaire. Le cercle, de 140 mm de diamètre, est centré sur la source, elle-même de 6 mm de large seulement.

Le fil est maintenu en place par deux tiges-supports en acier dans un plan parallèle au fond de la chambre et à peu près à mi-distance entre celui-ci et la glace



Fig. 1. — La particule α émise par la source située au centre a déclenché la chambre. On notera près du fil, à l'aplomb de la trajectoire, deux taches blanches. Elles sont dues au phénomène de multiplication des ions positifs au voisinage du fil (*voir* [3]).

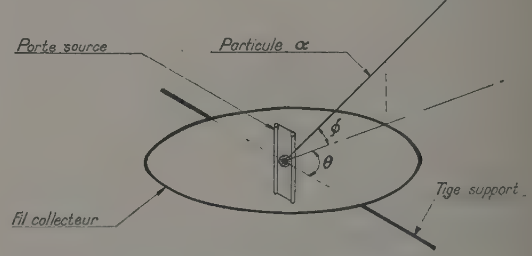


Fig. 2. — Disposition géométrique.

supérieure. Les deux tiges-supports qui perturberaient la collection sont disposées radialement, dans les angles morts du porte-source. Ces tiges-supports sont fixées directement dans la paroi latérale de la chambre en plexiglass. L'une des tiges sert de sortie électrique. Le fil et ses supports sont à une tension de + 300 V environ. Le fond de la chambre, le porte-source et la glace supérieure semi-métallisée sont à la masse.

Le système électronique de détection et de déclenchement de la chambre est identique à celui indiqué dans [3] et [4].

La chambre est remplie d'un mélange d'argon

et d'alcool isoamylique à 250 mm de mercure de pression totale.

Le cycle de la chambre étant de 1 mn, on enregistre une photo d'α toutes les minutes et demi environ. Les photos sont prises à l'aide d'appareils stéréoscopiques permettant la restitution dans l'espace des trajectoires en vraie grandeur par reprojection directe.

On caractérise la direction de chaque α par l'angle θ que fait sa projection dans le plan du fil avec une direction origine choisie arbitrairement, et par l'angle Φ perpendiculaire à ce plan (*fig.* 2). On a pris pour direction $\theta = 0$ celle de la trace du plan de la source. Les angles θ et Φ relevés sont ceux de la tangente au départ de la trajectoire et non ceux de la droite joignant l'origine à l'extrémité de celle-ci. Cette précaution permet d'éliminer les déviations dues à des chocs et les déformations qui auraient pu affecter la trajectoire postérieurement à sa formation. Ces déformations sont dues essentiellement, d'une part, au champ électrique intense au voisinage du fil avant l'écroulement de la tension, d'autre part au champ résiduel induit par les charges distribuées sur les isolants.

La précision de mesure sur l'angle θ est $\pm 0{,}5°$ celle sur Φ de $\pm 1°$.

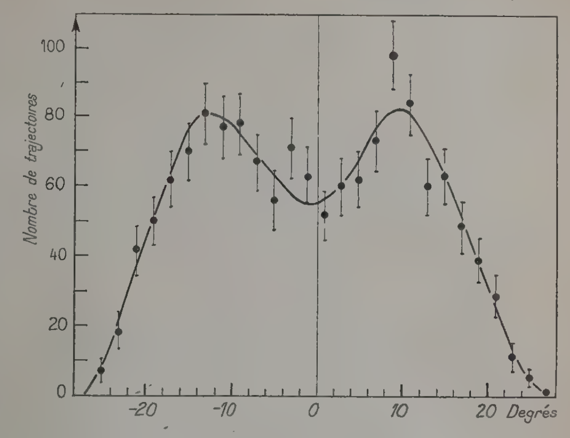


Fig. 3. — Distribution en angles Φ.

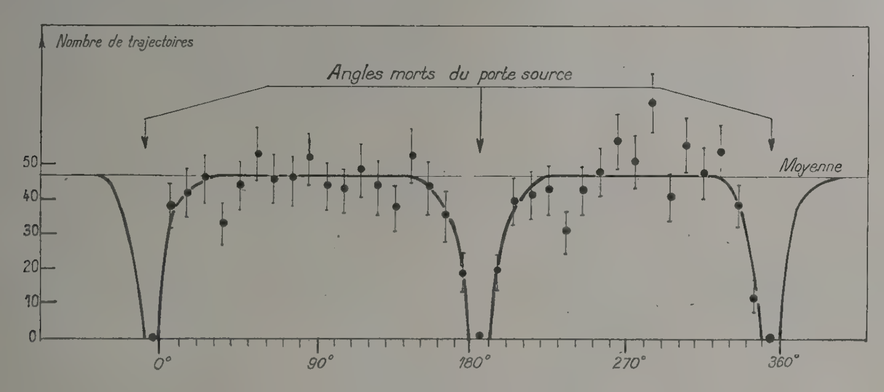


Fig. 4. — Distribution en angles θ.

Résultats. — On a dressé une statistique des angles θ de 10 en 10°, et des angles Φ de 2 en 2°. Elle porte sur 1470 trajectoires.

Les résultats présentés figures 3 et 4 appellent les commentaires suivants :

1° Malgré la faiblesse de la source, le rendement en photographies utiles est excellent comme dans toutes les chambres à autocommande.

2° La statistique des angles Φ présente la distribution directionnelle étroite attendue. Le creux observé au voisinage du fil est conforme à ce que laisse prévoir une analyse correcte de la contribution apportée par tous les électrons d'une trajectoire à l'amplitude d'une impulsion.

Il est important de noter que la forme de cette distribution dépend, à discrimination donnée, de l'énergie des α, car elle dépend de la répartition de l'ionisation de long de leur trajectoire.

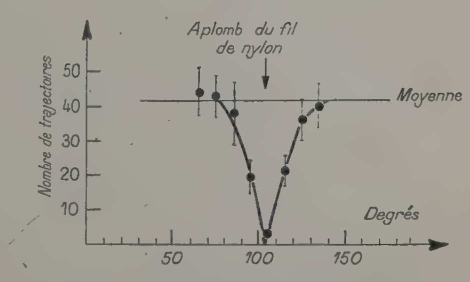


Fig. 5. — Influence d'un fil radial isolant.

En conséquence, il n'est pas suffisant, si l'on cherche à obtenir avec précision la distribution en énergie de secondaires d'une réaction, de limiter arbitrairement la statistique de ces secondaires à un angle Φ_0, même choisi très inférieur à la demi-largeur expérimentale constatée.

3° A partir d'une émission isotrope, il semble apparemment très facile d'obtenir une distribution de révolution des angles θ. En pratique cette distribution est perturbée par de nombreux facteurs :

a. Par les dimensions non négligeables du porte-source qu'il est difficile de réaliser de révolution si l'on exige un support mince.

b. Par l'autoabsorption de la source aux angles rasants.

c. Par les défauts de concentricité du fil collecteur. Ce facteur a d'autant moins d'importance que l'ionisation spécifique des trajectoires au voisinage du fil est plus constante.

d. Par les variations de diamètre du fil collecteur provoquant les variations de champ.

On constatera en particulier que la distribution angulaire des angles θ obtenus par nous (*fig.* 4) peut être considérée comme de révolution entre 0 et 180°, aux erreurs statistiques près, mais que cette distribution est nettement moins régulière dans l'autre demi-circonférence sans que nous ayons pu en trouver la raison.

4° Il n'est pas sans intérêt de montrer la perturbation considérable introduite dans la collection par un élément isolant même de très petites dimensions.

Lors d'une première expérience nous avions suspendu le fil collecteur par trois fils de nylon de 0,1 mm de diamètre tendus radialement. La dépression produite par la présence d'un de ces fils de nylon est montrée sur la figure 5. Elle est beaucoup plus importante qu'on ne pourrait s'y attendre *a priori*, s'étendant à 20° de part et d'autre du fil isolant. Rappelons qu'il s'agit d'une perturbation au moment de la détection et non d'un déplacement postérieur des trajectoires.

Conclusion. — Notre tentative aura permis de mettre en relief les mécomptes auxquels on s'expose en basant une expérience de détection de particules sur un système collecteur à propriétés géométriques satisfaisantes en apparence.

Nous pensons néanmoins qu'un montage du type réalisé peut trouver son utilité dans l'étude de distributions angulaires d'événements rares — [réactions (*n*, α), (γ, α) ou photofissions par exemple] — pourvu qu'on n'en exige pas une haute précision, et que l'on conjugue toujours l'expérience avec un étalonnage de l'appareil à l'aide d'une émission connue pour être isotrope. Les particules étalon devront avoir à peu près la même énergie et la même ionisation spécifique que celles à étudier.

Manuscrit reçu le 8 juillet 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Cohen M. J. — *Rev. sc. Instr.*, 1951, **22**, 966.
[2] Hodson A. L., Loria A. et Ryder N. V. — *Phil. Mag.*, 1950, **41**, 319, 826.
[3] de Laboulaye H., Tzara C. et Studinowski J. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 6, 359.
[4] de Laboulaye H., Tzara C. et Olkowsky J. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 6, 470.

UTILISATION D'UNE CHAMBRE FIXE POUR LA MESURE D'UNE GAMME ÉTENDUE DE PUISSANCES DANS UN RÉACTEUR NUCLÉAIRE

Par J. WEILL et P. BRAFFORT.
Commissariat à l'Énergie Atomique, Centres d'Études Nucléaires de Saclay.

Sommaire. — On met en évidence la nécessité, pour la mesure d'une gamme étendue de puissances dans un réacteur nucléaire, de combiner la technique des chambres d'ionisation compensées et celle des filtres de rayons γ (tels que les écrans de bismuth).

Un système particulier est décrit, dont la géométrie a été calculée pour que l'on suive la puissance sur 9 décades.

1. **Introduction et principe général.** — La mesure de la puissance, dans un réacteur nucléaire, s'effectue au moyen d'appareils détecteurs de neutrons tels que chambres d'ionisation contenant du bore, etc. Malheureusement, ces détecteurs sont généralement sensibles aux rayons γ. Un flux de γ accompagnant toujours le flux de neutrons, il importe de ne pas être gêné par le signal parasite (courant d'ionisation, par exemple) qu'ils peuvent engendrer, et ceci d'autant plus que celui-ci ne reste pas constamment proportionnel au flux des neutrons.

Nous désignerons par k le rapport : signal délivré par la chambre et correspondant au flux des neutrons, sur signal correspondant au flux des γ. On sait que, pour des détecteurs du type chambre d'ionisation à dépôt de bore, k est pratiquement constant, et de l'ordre de 10^3 lors de marches à puissances élevées du réacteur.

Mais, pour des marches à très faibles puissances k peut devenir beaucoup plus petit (de l'ordre de 10^{-2}) en raison des activités γ induites dans les matériaux du réacteur et de la chambre lors des marches antérieures à puissance élevée. Les résultats expérimentaux montrent que la gamme des mesures de puissance est limitée pour ces raisons à 4 ou 5 décades en-dessous de la puissance maximum [1].

Si l'on veut mesurer la puissance d'un réacteur, par exemple entre 50 mW et 50 Mw, c'est-à-dire sur 9 décades, il convient de multiplier k par un facteur compris entre 10^4 et 10^5. Les chambres d'ionisation compensées [2] permettent d'améliorer le rapport k par un facteur compris entre 10^2 et 10^3. Pour obtenir une gamme de mesure de 9 décades, il nous faut encore multiplier k par un facteur du même ordre. La solution réside dans le filtrage direct du rayonnement par un matériau très absorbant pour les γ et peu absorbant pour les neutrons.

L'absorption des γ augmente avec la masse atomique de l'absorbant. Parmi les éléments de poids atomique > 200, celui qui possède la plus faible section efficace d'absorption pour les neutrons est le bismuth (préférable au plomb de ce point de vue).

Le bismuth a déjà été employé comme filtre des γ dans les expériences de Physique nucléaire [3].

2. **Absorption et diffusion des neutrons dans le bismuth.** — Les sections efficaces microscopiques du bismuth sont :

Absorption : $\sigma_a = 35$ mb;
Diffusion : $\sigma_d = 9$ b.

Quand on passe d'une géométrie de plan indéfini

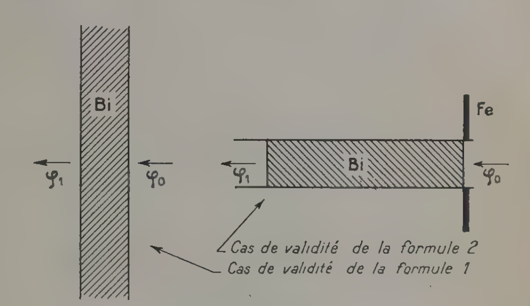


Fig. 1. — Géométrie de plan indéfini et géométrie de canal.

à une géométrie de canal, la transmission passe de

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = e^{-\Sigma_a x} \quad (1)$$

à

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = e^{-\Sigma_d x}, \quad (2)$$

où Σ_a et Σ_d sont les sections efficaces macroscopiques correspondant à σ_a et σ_d.

On trouve

$$\Sigma_a = 9{,}8.10^{-4}\,\text{cm}^{-1} \quad \text{et} \quad \Sigma_d = 25.10^{-2}\,\text{cm}^{1}.$$

Compte tenu du volume fini de la chambre, on a intérêt à se rapprocher de la première géométrie.

Dans la géométrie de la figure 2, on utilisera

l'approximation d'un milieu infini à source ponctuelle [4]

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = \frac{S}{4\pi r^2} e^{-\frac{r}{L}}, \quad \text{où} \quad \frac{1}{L^2} = 3\Sigma_a \Sigma_\lambda. \qquad (3)$$

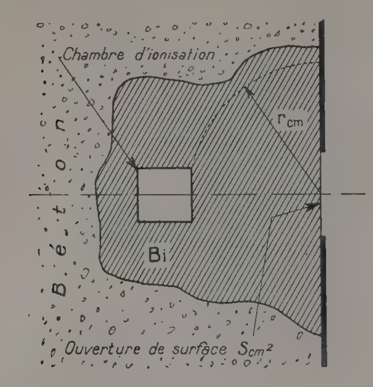


Fig. 2.

On trouve

$$\frac{1}{L} = 26,4 \cdot 10^{-3}\ \text{cm}^{-1}.$$

En fait, nous cherchons ici une géométrie qui, pour des transmissions équivalentes, exige une masse de bismuth minimum tout en étant d'une fabrication aisée.

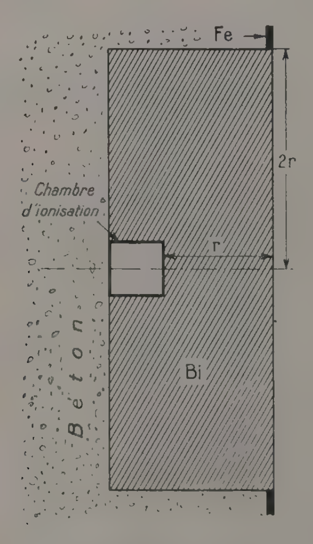


Fig. 3.

Dans la solution de la figure 3, la surface incidente est grande, on réduit donc la proportion des neutrons qui vont frapper la face antérieure de la chambre, mais on récupère des neutrons par diffusion sur des faces latérales de la chambre (*voir* Appendice).

3. **Absorption des γ dans le bismuth.** — L'absorption des γ dans la matière est également donnée par une loi du type :

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = e^{-\mu x}. \qquad (4)$$

On ne connaît pas bien l'énergie des γ de la pile, en particulier à la frontière du milieu multiplicateur. En choisissant $\mu = 0,4$ on se place dans le cas le plus défavorable (γ entre 2 et 5 MeV, au minimum d'ionisation). Cela veut dire que le filtrage des γ sera certainement meilleur que celui que nous indiquons ici, même en tenant compte de l'approximation assez grossière de notre calcul de diffusion (*voir* Appendice).

4. **Calcul de *r*.** — Nous posons

$$A = \frac{\dfrac{(\varphi_1)_n}{(\varphi_1)_\gamma}}{\dfrac{(\varphi_0)_n}{(\varphi_0)_\gamma}}.$$

D'après (3) et (4), on sait que

$$A \sim \frac{S}{4\pi r^2} e^{-\left(\frac{1}{L}-\mu\right) r}.$$

On choisira la surface incidente telle que $\frac{S}{4\pi r^2} = 1$, c'est-à-dire qu'on prendra le rayon de la surface incidente *double* de la distance *r* de cette surface à la chambre.

On doit donc avoir :

— pour $A = 10^4$:

$$r = \frac{4}{\log_{10} e}\,\frac{1}{0,37} = 25\ \text{cm};$$

— pour $A = 10^2$:

$$r = \frac{2}{\log_{10} e}\,\frac{1}{0,37} = 12,5\ \text{cm},$$

d'où le tableau suivant :

Tableau I.

	A.	r (cm).	$\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)_n$.	$\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)_\gamma$.	Masse de Bi.
1.......	10^4	25	$10^{0,3} \sim 2$	$10^{4,3}$	2,7 t
2.......	10^2	12,5	$10^{0,15} \sim 1,4$	$10^{2,15}$	425 kg

C'est la solution 2 que nous préconisons.

En effet, si l'efficacité E neutrons/gamma de la chambre compensée est comprise entre 10^2 et 10^3, on aura $k = E \times A$ compris entre 10^4 et 10^5, ce qui nous permet bien la mesure de la puissance sur 9 décades.

5. **Comportement de l'écran de bore.** — Aux puissances élevées, on masquera la chambre par un écran mobile au bore, les neutrons sont absorbés par le bore en raison de l'existence d'une réaction ${}^{10}_{5}B(n, \alpha){}^{7}_{3}Li$ dont la section efficace est de l'ordre de 710 barns. On a, dans 3 pour 100 des cas [6], un ${}^{7}_{3}Li$ excité qui donne un γ de 0,470 MeV entièrement absorbé dans le bismuth. Les noyaux d'hélium et de lithium se partagent une énergie de 2,304 MeV [7].

Pour un flux de 5.10^9 n/s/cm² absorbé, à 99 pour 100, on aura une dissipation voisine de :

5 W pour la géométrie 1 (r = 25 cm, = 50 cm);

1,25 W pour la géométrie 2 (r = 12,5 cm, =25 cm), valeurs très faibles en regard des dimensions de la plaque au bore.

6. **Puissances mesurables.** — Par l'emploi de la solution 2 (425 kg de Bi), le flux mesurable par la chambre est de l'ordre de 70 pour 100 du flux incident. Les chambres utilisées étant couramment sensibles à 10 n/cm²/s, elles pourront donc mesurer des flux correspondant de 14 n/cm²/s. Pour une chambre disposée derrière le réflecteur dans le cas d'une pile à graphite du type G_1, ceci correspond à une puissance de 100 mW (dans ce type de pile, 1 μW nous donne environ 10^{-3} n/s/cm² à la périphérie du réflecteur).

La chambre d'ionisation pourra servir aux puissances très élevées si l'on affaiblit le flux des neutrons incidents par un facteur de l'ordre de 10^3. On obtiendra ce résultat en faisant venir devant l'écran de bismuth une feuille de bore d'une épaisseur x (très constante) convenablement choisie. On doit avoir

$$\frac{1}{1\,000} = e^{-\Sigma_b x},$$

Σ_b étant la section efficace macroscopique de capture des neutrons thermiques par le bore. On a

$$\Sigma_b = \frac{\sigma_b . N\rho}{A} = 97 \text{ cm}^{-1},$$

d'où

$$x = \frac{3}{\log_{10} e} \, \frac{1}{\Sigma_b} = 0{,}071 \text{ cm}^{-1},$$

ce qui correspond à un dépôt de bore de 178 mg/cm². On peut alors adopter le tableau suivant pour les calibrations, d'un réacteur du type G_1 (à titre d'exemple) (*voir* tableau II).

Tout ceci suppose que les chambres d'ionisation sont à dépôt de bore *naturel*. Si le dépôt est en bore fortement enrichi en isotope de masse 10, la sensibilité de la chambre sera augmentée, ainsi que le rapport par un facteur 5. On pourra donc réduire les résistances de fuites indiquées dans le tableau précédent par ce même facteur 5; on aura donc successivement 2.10^{11} et $2.10^8\,\Omega$.

Si, d'autre part, le bloc diffusant est limité par un écran absorbant, le facteur de transmission $\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_n$ sera inférieur à ce qui a été prévu ici.

Ce sera également le cas si l'on remplace le bismuth par du plomb (plus économique) bien que, dans l'ensemble, les ordres de grandeur ne soient pas affectés. Nous n'avons pas tenu compte de telles corrections dans cette étude de principe.

TABLEAU II.

Puissance.	Flux tombant sur la chambre (n/cm²/s).	Courant (A).	Écran et résistance de fuite dans le préamplificateur (Ω).	Tensions affichées par l'appareil de mesure sur l'amplificateur (V).
50 mW....	5	5.10^{-14}	10^{12} Pas d'écran	0,05
500	50	5.10^{-13}		0,5
5 W.....	500	5.10^{-12}		5
50	5 000	5.10^{-11}		50
50	5 000	5.10^{-11}	10^9 Pas d'écran	0,05
500	50 000	5.10^{-10}		0,5
5 kW....	500 000	5.10^{-9}		5
50	5 000 000	5.10^{-8}		50
50	5 000	5.10^{-11}	10^9 Avec écran	0,05
500	50 000	5.10^{-9}		0,5
5 MW...	500 000	5.10^{-9}		5
50 ...	5 000 000	5.10^{-8}		50

7. **Appendice.** — *a.* La surface d'incidence étant relativement grande $\left(\text{pour que } \frac{S}{4\pi r^2} = 1\right)$, il convient de se livrer à un calcul plus précis de la diffu-

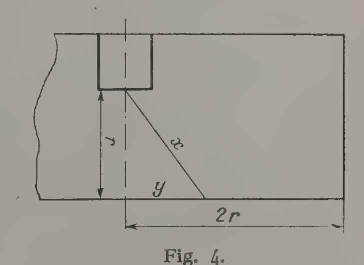


Fig. 4.

sion des neutrons en appliquant la formule (3) successivement en chaque point de la surface incidente et en intégrant. On a donc (*fig.* 4)

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)^*_n = \int \frac{e^{-\frac{x}{L}}}{4\pi x^2} ds,$$

$$ds = \pi(y + dy)^2 - \pi y^2 = 2\pi y \, dy, \qquad x^2 = y^2 + r^2.$$

d'où

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_n^* = \int_r^{r\sqrt{5}} \frac{e^{-\frac{x}{L}}}{x}\,dx.$$

Tenant compte des neutrons récupérés après diffusion sur les faces de la chambre, nous remplacerons cette intégrale par

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_n^* \sim e^{-\frac{r}{L}} \int_r^{r\sqrt{5}} \frac{dx}{x} = \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)^n \log\sqrt{5}.$$

b. Le calcul de l'absorption des γ a été fait en les supposant monoénergétiques et au voisinage

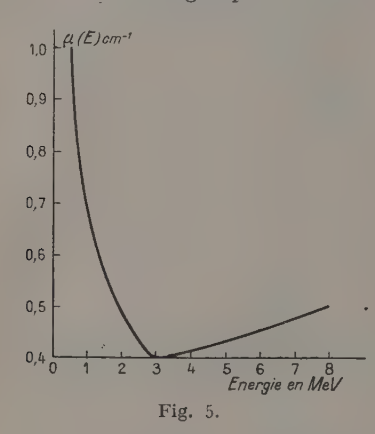


Fig. 5.

du minimum d'ionisation, c'est-à-dire 3 MeV. En réalité, on a un spectre continu qu'il est difficile d'estimer autrement que par l'expérience sur une pile réelle [8]. Nous ferons un calcul approché en remplaçant le spectre de raie par un spectre uniforme entre 0 et 8 MeV.

Cette hypothèse semble justifiée par une récente publication [9].

Nous aurons alors

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_\gamma^* = \int_0^{8\,\text{MeV}} \frac{e^{-\mu(E)x}}{8\,\text{MeV}}\,dE \quad \text{MeV}.$$

Nous utilisons une formule d'interpolation construite pour représenter la courbe expérimentale $\mu(E)$ pour le bismuth (*fig.* 5)

$$\mu(E) = \begin{cases} \dfrac{a}{E} & \text{pour } 0 \leq E < 2{,}5\ \text{MeV}, \\ b & \text{pour } 2{,}5 \leq E < 4\ \text{MeV}, \\ cE + d & \text{pour } 4 \leq E \leq 8\ \text{MeV}. \end{cases}$$

Après intégration, on trouve que

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_\gamma^* = \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_\gamma \times 0{,}32.$$

c. On aura donc

$$A^* = \frac{\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_n^*}{\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_\gamma^*} = \frac{\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_n}{\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_0}\right)_\gamma} \times \frac{0{,}32}{\log\sqrt{5}} \sim A.$$

On peut donc s'attendre à ce que les indications données sur le tableau de la figure 5 correspondent d'assez près à la réalité.

Manuscrit reçu le 28 juin 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Mc Creary H. S. Jr et Bayard R. T. — *Rev. Sc. Instr.*, **25**, 161.
[2] Jaques T. A., Ballinger H. A. et Wade E. — *Proc. Instr. Electr. Eng.*, **100**, part. I, 110.
[3] Hammermesh B. et Hummel V. — *Phys. Rev.*, **88**, 916.
[4] Wallace P. R. et Le Caine J. — MT. 12 (NRC 1480).
[5] Les valeurs des sections efficaces σ_a, σ_d, σ_b sont extraites de *Nuclear Data*, N.B.S., n° 499. Les valeurs des coefficients d'absorption massique pour les γ sont extraites du *Handbook of Chemistry and Physics*, 34e édition.
[6] Bracci A. et Facchini V. — *Nuovo Cimento*, **9**, 1237.
[7] Hauser U. H. — *Z. Naturw.*, **7** *a*, 781.
[8] Horton C. C. — *A.E.R.E.*, R : h. 1271.
[9] Maienschein F. et Love T. — *Nucleonics*, 1954, **12**, 5, 6-8.

LETTRES A LA RÉDACTION

A PROPOS DU COMPTEUR A ÉTINCELLES

Par S. ROSENBLUM,

Laboratoire du Grand Aimant Permanent,
C. N. R. S., Bellevue (Seine-et-Oise).

Dans le numéro de juin du *Journal de Physique* de cette année, D. Blanc [1] a donné une mise au point sur le fonctionnement des compteurs à étincelles. Je voudrais compléter ce travail en signalant un article de A. Rytz [2] sur le même sujet, mais qui ne figure pas dans la bibliographie du *Journal de Physique* et qui risque ainsi de passer inaperçu.

Dans son étude assez complète A. Rytz a, entre autres, décrit une nouvelle variante du compteur à étincelles consistant en deux fils fins et parallèles écartés de 1 mm environ, ce qui augmente notablement le volume sensible du compteur, qui par ailleurs fonctionne comme un compteur à fil unique.

D'autre part, je profite de l'occasion pour dire quelques mots sur l'historique du compteur à étincelles. Ce compteur a été développé au Laboratoire Curie dans les années qui précédaient la guerre. A cette époque déjà l'étude du compteur était au point et j'en ai construit, entre 1935 et 1939, plusieurs modèles à fils multiples avec cathodes, soit planes, soit compartimentées.

Pendant mon séjour en U. S. A. une demande de brevet a été déposée fin 1942. Le brevet a été accordé sous mon nom en 1945. Les particularités et quelques possibilités de ce compteur ont été décrites dans la demande du brevet et l'on prévoyait également qu'il devait répondre à des particules fortement ionisantes autres que les rayons α [3].

Dès 1942-1943, je me suis servi des différents modèles de ce compteur comme appareil de démonstration et de mesure de parcours pour les travaux pratiques de Physique à Princeton. Plus tard nous nous sommes occupés avec Chang de la construction d'un compteur qui devait fonctionner à l'intérieur d'un récipient à basse pression. Nous avons réussi à construire un tel compteur assez petit, étanche et bien isolé à fils multiples qui opérait correctement dans une enceinte vidée en présence d'un fort champ magnétique ($\sim$ 15 000 Oe).

J'ai quitté les États-Unis en automne 1944 et une première description de ce modèle particulier fut donnée par Chang en décembre 1944 au Meeting de Physique de Chicago [4]. Une seconde publication a également été donnée par Chang en mon absence — c'était la période des V[1] et V[2], j'habitais Londres — et sans mon approbation [5].

Je voudrais remarquer encore que les compteurs décrits par Blanc comme compteurs « Guitare » et « Harpe » d'Eichholz ne présentent aucune innovation de principe par rapport aux compteurs réalisés et utilisés par moi une quinzaine d'années auparavant en France. L'article d'Eichholz est d'ailleurs intitulé : *The Rosenblum spark counter.* Je considère, par contre, l'innovation récente apportée par Rytz à l'aide du fil double comme substantielle et j'attire donc l'attention sur la possibilité de pouvoir augmenter de beaucoup le volume sensible par le simple artifice des fils accouplés. On pourrait envisager l'accouplement des fils dans le cas du compteur à fils multiples également, mais l'étude du volume sensible dans ce cas et pour des sources émettrices étendues serait alors à faire.

Manuscrit reçu le 14 décembre 1954.

[1] BLANC D. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 483-489.
[2] RYTZ A. — Nouvelles études sur le compteur à étincelles. *J. Recherches du C. N. R. S.*, décembre 1953, nº 25.
[3] ROSENBLUM S. — Demande de brevet U. S. A. 468.245, décembre 1942; Brevet nº 2.383.820, 28 août 1945.
[4] ROSENBLUM S. et CHANG. — *Phys. Rev.*, 1945, **67**, 58.
[5] CHANG et ROSENBLUM S. — *Phys. Rev.*, 1945, **67**, 222.

SUR LE COMPORTEMENT DE LA SUBSTANCE DE RÉFÉRENCE DANS L'ÉLECTROLYSE DE NERNST ET L'INTERPRÉTATION NOUVELLE DES EXPÉRIENCES DE WASHBURN

Par M. L. H. COLLET.

Laboratoire de Physique-Enseignement, Sorbonne.

Nous avons montré récemment [1] que la mesure des pertes anodique et cathodique, qui définit les nombres de transport d'Hittorf, donne les *vrais nombres de transport* dans l'électrolyse considérée, sans qu'il faille les corriger du fait de l'hydratation des ions. En revanche, nous avons introduit la notion de *mobilité absolue* qu'aurait l'ion s'il se déplaçait dans un milieu réellement immobile, ce qui ne peut être dans l'électrolyse. Notre théorie conduit aux équations

$$\left.\begin{aligned} p_C &= Nt_- = N[t_-^0 + v_0 n(t_+^0 n_+ - t_-^0 n_-)], \\ p_A &= Nt_+ = N[t_+^0 - v_0 n(t_+^0 n_+ - t_-^0 n_-)], \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

dans lesquelles p_A et p_C expriment les pertes aux électrodes en Moles lorsque N faradays ont traversé la solution qui contient $2n$ ions monovalents par

unité de volume; $n_{\pm}$ sont les nombres de molécules d'eau, de volume v_0, transportées par chaque ion; enfin $t_{\pm}$ et $t^0_{\pm}$ désignent respectivement les nombres de transport expérimentaux et absolus.

Que penser dans ces conditions de la méthode de correction des nombres de transport d'Hittorf proposée par Nernst [2] dès 1900 et considérée depuis comme l'une des plus sûres déterminations des nombres d'hydratation ? On sait que Nernst ajoute à la solution une substance non électrolytique (du sucre, par exemple) et qu'il suppose que celle-ci, insensible au champ électrique, ne se déplacera pas au cours de l'électrolyse. Comme la concentration de cette substance varie au voisinage des électrodes et c'est là d'ailleurs la seule donnée de l'expérience, on doit supposer que de l'eau a été entraînée par les ions. Le calcul est classique; nous avons montré qu'il est incorrect, indépendamment de toute hypothèse physique, car il ne traduit pas un état d'équilibre de la solution. La méthode perd ainsi toute signification. Cependant nous ne l'abandonnerons pas car on peut, dans notre conception, la soumettre à de nouvelles hypothèses aussi simples mais beaucoup plus vraisemblables que celle de Nernst. C'est ainsi que nous admettrons :

a. qu'étant donné l'importance des forces de Coulomb, les molécules de sucre seront chassées de l'eau liée et que chaque ion hydraté restera ce qu'il était avant l'introduction du sucre dans la solution. Ceci était déjà implicitement contenu dans l'hypothèse de Nernst;

b. qu'en conséquence tout le sucre se retrouvera dans l'eau libre, à une concentration accrue d'autant et qu'il se déplacera avec celle-ci à la vitesse du reflux hydrodynamique. C'est justement ce flux d'équilibre que la théorie classique n'a jamais considéré.

Notre hypothèse se prête aisément au calcul. Soit Φ_0 le reflux d'eau libre à travers une surface S limitant, par exemple, le compartiment cathodique; on a

$$\Phi_0 = S v_G\,[1 - v_0\, n\,(n_+ + n_-)]$$

v_G étant la vitesse de reflux hydrodynamique que l'on obtient en écrivant, qu'à travers S, le flux d'hydratation et Φ_0 se font équilibre; le calcul donne aisément

$$v_G = \frac{i}{Se}\, v_0 (t^0_+ n_+ - t^0_- n_-),$$

i étant le courant électrique total et e la charge élémentaire. Si ν est le nombre de molécules de sucre par unité de volume de la solution initiale, la concentration de l'eau libre sera

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - v_0 n (n_+ - n_-)}.$$

Finalement, au bout d'un temps t d'électrolyse, le compartiment cathodique se sera appauvri de

$$\Phi_0 \nu' t = S v_G \nu t = \frac{it}{e} v_0 \nu (t^0_+ n_+ - t^0_- n_-)$$

molécules de sucre et si la solution n'est pas perturbée au delà de S, le compartiment anodique se sera enrichi de la même quantité. En remarquant que $\frac{it}{\mathcal{N} e} = N$, $\mathcal{N}$ étant le nombre d'Avogadro, on aura l'expression des pertes de sucre aux électrodes en moles

$$\pi_C = -\pi_A = N v_0 \nu (t^0_+ n_+ - t^0_- n_-). \qquad (2)$$

Les quantités inconnues $[t^0_+ n_+ - t^0_- n_-]$ peuvent être éliminées entre les p (1) et les π (2); on obtient ainsi les équations remarquables

$$\left.\begin{aligned} t^0_- &= \frac{1}{N}\left(p_C - \frac{n}{\nu}\pi_C\right), \\ t^0_+ &= \frac{1}{N}\left(p_A - \frac{n}{\nu}\pi_A\right) \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

qui rendent les nombres de transport absolus accessibles à l'expérience.

Le Mémoire de Washburn [3], qui est des plus sérieux, va nous permettre une première estimation de ceux-ci. Le dépouillement en est extrêmement pénible car les nombres de transport d'Hittorf n'y sont pas considérés comme les données de l'expérience et aucun renseignement n'est fourni sur les calculs intermédiaires, qui sont développés dans la conception erronée habituelle.

Si l'on désigne avec Washburn par Δn_S la perte d'électrolyte « corrigée d'hydratation », par Δm_W la masse d'eau équivalente à la variation de concentration en sucre et par T^A, T^C les nombres de transport corrigés par l'auteur, on a, à l'anode par exemple

$$p_A = \Delta n_S - \Delta m_W \frac{n}{\mathcal{N}},$$

puisque dans le raisonnement classique, la perte observée (p_A) est plus faible qu'elle ne l'aurait été (Δn_S) s'il n'y avait pas eu départ d'eau d'hydratation (Δm_W) qui, remplacée ensuite par de la solution, a été équivalente à un apport d'électrolyte. Donc :

$$T^C = \frac{\Delta n_S}{N}, \qquad t_+ = \frac{p_A}{N} = T^C - \frac{\Delta m_W n}{N \mathcal{N}}.$$

Enfin, le gain en sucre étant $\pi_A = -\Delta m_W \frac{\nu}{\mathcal{N}}$ on a

$$p_A - \frac{n}{\nu}\pi_A = \Delta n_S,$$

d'où il résulte que nos $t^0_{\pm}$ sont *numériquement* identiques aux T de Washburn, bien qu'il n'existe aucun lien théorique entre ces deux grandeurs.

Les résultats de Washburn, entièrement recalculés, sont consignés dans le talbeau I; ils concernent des solutions voisines de 1,25 M à 25° C.

TABLEAU I.

Valeurs des nombres de transports absolus ($t^0_{\pm}$) et expérimentaux ($t_{\pm}$) tirées des travaux de Washburn.

(~ 1.25 *M*).	HCl.	LiCl.	NaCl.	KCl.
t^0_+	0,844	0,303	0,383	0,495
t_+	0,82	0,273	0,365	0,482
t^0_-	0,156	0,697	0,617	0,505
t_-	0,18	0,727	0,635	0,518

Pour ces électrolytes, le flux d'hydratation est

dirigé vers la cathode et les nombres de transport sont bien modifiés dans le sens qui correspond à une accélération de l'anion, conformément à notre théorie du phénomène d'Hittorf.

Malheureusement, les expériences de Washburn sont d'une précision médiocre (centième), très inférieure à ce que peut donner la méthode d'Hittorf (millième) dans ce domaine de concentration. Ceci nous semble dû à l'incertitude de moyennes établies sur des expériences trop peu nombreuses. Il y aurait grand intérêt à multiplier celles-ci et surtout à les développer le plus possible vers les solutions diluées, pour lesquelles seules, la théorie précédente peut prétendre à quelque perfection.

Manuscrit reçu le 5 décembre 1954.

[1] Collet L. H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **239**, 266.
[2] *Voir*, par exemple, Kortüm-Bockris. — Textbook of Electrochemistry, Elsevier Publ. Co., London, 1951 (t. I, p. 39) et pour davantage de précision : E. Darmois. — La solvatation des ions, Gauthier-Villars, Paris, 1946, p. 17.
[3] Washburn E. W. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1909, **31**, 322.

ÉTUDE THÉORIQUE DU FONCTIONNEMENT DU DERNIER ÉTAGE D'UN PHOTOMULTIPLICATEUR

Par P. Leuba,
Laboratoire des Rayons X.

Quand on soumet la photocathode d'un photomultiplicateur aux excitations lumineuses d'un cristal fluorescent traversé par des rayonnements, on recueille sur l'électrode collectrice des impulsions de tension. La durée et le profil de ces impulsions de tension sont liés à la durée et à l'intensité des excitations lumineuses par l'intermédiaire de deux phénomènes :

— d'une part, la multiplication des électrons qui introduit un étalement de l'impulsion dans le temps;
— d'autre part, la réponse de l'électrode collectrice B au mouvement des charges dans l'intervalle compris entre elle et la dynode précédente A, qui apparaît sous forme d'une variation de la tension.

Ce dernier phénomène a été soumis au calcul en considérant comme donnée la loi suivant laquelle en fonction du temps les charges quittent A en direction de B. Soit $q(t)\,\mathrm{d}t$ la somme des charges quittant A entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$, avec $q(t) = 0$ hors de l'intervalle $(0, T)$. Pour une excitation lumineuse relativement longue, $q(t)$ est assimilable à la variation d'intensité de cette excitation (cas d'un écran de Zn S traversé par des rayonnements α).

On a admis que, par suite des dispositions prises par les constructeurs, ou en réalisant un montage approprié, les conditions suivantes étaient réalisées :

1° Le potentiel de la dynode précédant l'électrode collectrice, est maintenu constant (condensateurs de découplage);

2° Cette dynode forme écran entre le dernier étage et les étages antérieurs;

3° Tous les électrons expulsés par cette dynode sont recueillis par l'électrode collectrice.

L'application du principe de conservation de l'énergie conduit à une relation qui fait dépendre la variation du potentiel de B :

a. du déplacement des charges d'espace entre A et B sous l'action du champ électrostatique;

b. de l'écoulement vers la masse des charges portées par B suivant la loi de décharge d'un condensateur dans une résistance.

Si l'on joint à cette relation les équations de dynamique des charges, et les relations exprimant les conditions aux limites et les conditions initiales, le problème est entièrement déterminé.

Le système d'équations se simplifie quand A et B sont assimilés aux armatures d'un condensateur C, planes, parallèles et dont l'écartement est négligeable en regard de leurs dimensions autres que l'épaisseur. On montre alors :

1° que l'énergie dissipée par l'appareil, par radiation, ou par réaction magnétique est pratiquement toujours négligeable;

2° que dans des conditions presque toujours réalisées, la variation du potentiel u de B est donnée avec une très bonne approximation par la résolution de l'équation

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{u}{RC} = \frac{q(t)}{C}, \qquad (1)$$

avec

$$u = 0 \quad \text{pour} \quad t = 0.$$

L'approximation est permise si :

a. la constante de temps RC est grande vis-à-vis du temps mis par les charges pour aller de A en B (ordre de grandeur de ce temps, $2.10^{-9}\,\mu$s);

b. le potentiel de A n'est jamais suceptible de devenir trop voisin de celui de B.

Dans ces conditions :

1° Lorsque $\frac{RC}{T} \geqslant 1$, le fonctionnement du dernier étage du photomultiplicateur est linéaire; soit

$$Q(T) = \int_0^T q(t)\,\mathrm{d}t,$$

la hauteur de l'impulsion recueillie sur B est $\frac{Q(T)}{C}$;

2° Lorsque $\frac{RC}{T}$ est inférieur à 100, la hauteur de l'impulsion recueillie sur B est de la forme $\alpha\frac{Q(T)}{C}$, α étant un facteur < 1, qui dépend de $\frac{RC}{T}$ et de la forme de $q(t)$. Dans ce cas, l'étude expérimentale de la fonction $\alpha\left(\frac{RC}{T}\right)$ fournit de précieux renseignements à la fois sur T et sur la forme de $q(t)$.

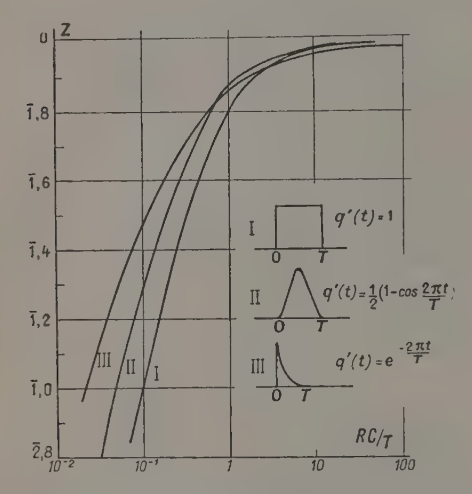
Désignant par u_M la valeur maximum de u, solution

de l'équation (1), on a calculé et porté sur des graphiques les lois de variation des fonctions

$$y = \frac{u_M\left(\frac{RC}{T}\right)}{u_M\left(\frac{RC}{T} = \infty\right)} \qquad \text{et} \qquad z = \log y$$

en fonction de $\log \frac{RC}{T}$, pour les lois $q(t)$ suivantes (voir *fig.*) :

	$t < 0$	$0 < t < T$.	$t > T$.
$q_1(t)$..........	0	1	0
$q_2(t)$..........	0	$\frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{T}\right)$	0
$q_3(t)$..........	0	$e^{-\frac{2\pi t}{T}}$	$e^{-\frac{2\pi t}{T}}$



La courbe $Z(RC)$ expérimentale a été comparée aux courbes z calculées. D'où l'on a déduit une mesure de l'ordre de grandeur de T; en outre, il est apparu que la loi $q(t)$ dans le dispositif utilisé était beaucoup plus proche de $q_3(t)$ que de q_1 et de q_2.

Manuscrit reçu le 26 novembre 1954.

CONSTANTES ÉLASTOOPTIQUES DE $PO_4H_2(NH_4)$ ET SO_4Ni, $6H_2O$

par B. Deviot,

Centre d'Études cristallographiques, Nancy.

Nous avons utilisé le dispositif classique qui consiste à compenser, à l'aide d'un compensateur de Babinet, la variation de biréfringence due à une compression statique.

1. $PO_4H_2(NH_4)$. — Nous indiquons dans le tableau ci-dessous nos résultats et ceux qui ont été obtenus antérieurement. Tous ces résultats sont exprimés dans le système C. G. S. $\times 10^{-13}$.

Résultats obtenus.	Carpenter [1].	West et Makas [2].
–	$q_{11} = 8{,}6$	–
–	$q_{12} = 7{,}9$	–
$q_{11} - q_{12} = 0{,}78 \pm 0{,}03$	$q_{11} - q_{12} = 0{,}7$	$q_{11} - q_{12} = 1{,}04$
$q_{13} - 1{,}095\, q_{33} = -1{,}71 \pm 0{,}1$	$q_{11} - q_{13} = -1{,}6$	–
–	$q_{31} = +18{,}3$	–
$q_{11} - 1{,}095\, q_{31} = -3{,}89 \pm 0{,}2$	$q_{11} - q_{31} = -4{,}7$	–
$\lvert q_{66} \rvert = \lvert 19{,}6 \pm 0{,}75 \rvert$	$q_{66} = -12{,}2$	$q_{66} = -18{,}5$
$\lvert q_{44} \rvert = \lvert 5{,}78 \pm 0{,}2 \rvert$	$q_{44} = -5{,}8$	–

Les biréfringences observées ne manifestent aucune dispersion dans le domaine visible.

2. *Sulfate de Nickel hexahydraté.* — Ce cristal appartient également au système tétragonal. Nous avons obtenu :

$$q_{66} \sim 0,$$

$$q_{11} - q_{12} = 5{,}93 . 10^{-13} \quad \text{C. G. S.}$$

On n'observe aucune dispersion de la biréfringence dans le domaine visible où le cristal est transparent.

Manuscrit reçu le 20 novembre 1954.

[1] Carpenter. — *Thèse*, Harward, 1951.
[2] West et Makas. — Polaroïd Corporation, Communication privée.

CRYOSTAT A TEMPÉRATURE VARIABLE

Par Mme A. Johannin-Gilles et M. P. Johannin,

Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue.

Le cryostat est destiné à stabiliser la température d'un corps à une valeur comprise entre + 15 et — 35° pour permettre l'étude des vapeurs de ce corps à la tension de vapeur correspondante. Ce dispositif a été utilisé pour maintenir des tensions de vapeur connues en vue d'études spectrographiques et pour des mesures de tensions de vapeur. La substance à étudier est placée dans un tube communiquant avec une enceinte vidée où a lieu l'étude de la vapeur.

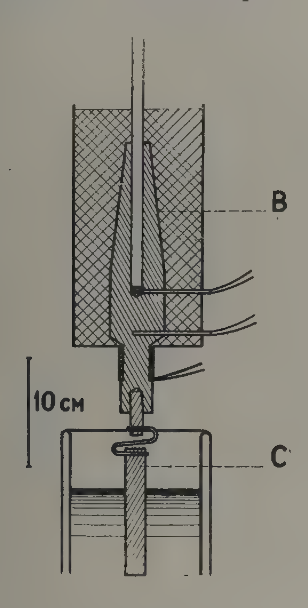
Le principe de l'appareil est le suivant : on compense par chauffage électrique variable un refroidissement constant par azote liquide ou tout autre réfrigérant. Ceci le différencie du cryostat de Menzies et Mills [1] qui opéraient uniquement par refroidissement variable. On introduit ainsi par rapport au réglage mécanique tous les avantages de maniabilité et de précision d'un réglage électrique.

Le cryostat est constitué d'un corps massif d'aluminium B dont la base est entourée d'un enroulement chauffant et d'une pièce de cuivre C vissée à l'extrémité inférieure de la pièce d'aluminium et qui plonge dans l'azote liquide.

B est percé d'un trou central dans lequel est introduit le tube contenant la substance à étudier avec lequel on réalise un bon contact thermique par serrage au moyen d'un clinquant de cuivre. B est isolé thermiquement avec de la laine de verre. L'enroulement chauffant n'est isolé du corps d'aluminium

que par une mince feuille de mica huilé, pour assurer également un bon contact thermique et un bon isolement électrique en présence d'humidité.

La pièce C se compose d'une partie inférieure cylindrique d'une section telle que l'influence du niveau de l'azote liquide dans lequel elle plonge soit pratiquement négligeable et d'une partie supérieure en forme de serpentin maintenue hors de l'azote liquide. B est percé de trous latéraux dans lesquels on introduit soit un thermomètre de précision pour la mesure et un thermomètre à contact ou à résistance pour la régulation, soit un thermocouple de mesure et un thermocouple de régulation



(tous deux cuivre-constantan) suivant le mode de régulation utilisé. Le thermocouple (ou thermomètre) de mesure est placé contre la base du tube où se trouve l'échantillon. Le thermocouple (ou thermomètre) de régulation est placé à la base du bloc d'aluminium juste au-dessus de l'enroulement chauffant. Cette disposition a pour but de réduire la période des fluctuations de température et leur grandeur au niveau de l'échantillon.

La température est maintenue constante au moyen, soit d'un régulateur électronique [2] à réglage continu commandé par un thyratron dans le cas du thermomètre à résistance de platine, soit d'un thermomètre à contact, soit d'un système de régulation par thermocouple et potentiomètre commandant un amplificateur à courant continu.

En raison de leur faible capacité calorifique, de leurs petites dimensions et de leur contact thermique étroit avec le corps de l'appareil, les meilleurs résultats sont obtenus au moyen des thermocouples. Dans ce cas, on arrive à une période de l'ordre de quelques secondes pour les fluctuations du thermocouple de régulation et à des fluctuations de température du thermocouple de mesure indiscernables par nos appareils (moins de 0,01 °C).

Étant donnée la position de ce thermocouple (cuivre-constantan) soudé sur le clinquant de cuivre entourant le fond du réservoir, si l'échantillon n'occupe qu'une faible hauteur, la précision n'est pratiquement limitée que par la précision d'étalonnage du thermocouple.

Manuscrit reçu le 20 novembre 1954.

[1] Menzies A. C. et Mills H. R. — *Proc. Roy. Soc.*, 1935, **148**, 407.
[2] Aumont R. — *Rev. gén. Électr.*, 1950, **59**, 175.

LA MÉTHODE DIÉLECTRIQUE, NOUVEAU PROCÉDÉ D'ÉTUDE DE L'ADSORPTION DE L'EAU

Par Jean Le Bot et Serge Le Montagner,
Laboratoire de Physique,
Faculté des Sciences de Rennes.

Dans une précédente lettre [1], nous avons montré l'existence d'une région de dispersion diélectrique de l'eau adsorbée sur gel de silice, située dans le domaine des ondes centimétriques pour la température ordinaire. Nous avons entrepris de nouvelles expériences, dans cette région, sur différents gels adsorbants, avec des teneurs variables en eau adsorbée.

La méthode des bâtonnets précédemment décrite [2] se prête particulièrement à une telle étude. Le tube contenant l'échantillon peut, en effet, être fermé par un robinet relié à un rodage en vue de contrôler l'atmosphère au-dessus du produit. Le gel étudié peut donc être désorbé en place par chauffage à 100° sous vide de 10^{-4} mm de mercure. Le tube porte-échantillon est mis alors en contact avec une enceinte où règne une pression de vapeur d'eau connue (obtenue à l'aide d'une solution titrée d'acide sulfurique, maintenue à température constante); l'équilibre établi, le tube est pesé (ce qui permet de connaître la quantité d'eau adsorbée) puis l'on procède à une étude diélectrique en fonction de la température. Répétant cette série d'expériences pour des pressions de vapeur d'eau croissantes, il est possible d'obtenir simultanément *une isotherme d'eau du gel et une courbe* $\varepsilon'' = f(T)$ *pour chaque point de l'isotherme.*

Nous avons ainsi étudié : Un gel de silice commercial l'actigel Prolabo (qui nous avait déjà servi lors d'études précédentes), trois gels de silice fournis par M. Imelik (Laboratoire de Chimie générale, Paris) et deux gels d'alumine fournis par M. Prettre (Faculté des Sciences de Lyon); ces cinq derniers gels ont fait l'objet de publications où leurs propriétés sont décrites [3], [4], [5]. Les résultats obtenus pour ces différents gels sont comparables : les courbes présentent l'allure des courbes d'absorption Debye avec un maximum pour une température T_c. Au fur et à mesure que la teneur en eau adsorbée augmente, la température T_c du maximum diminue, l'amplitude de ce maximum devenant d'ailleurs de plus en plus importante. L'isotherme d'eau permet d'obtenir la pression relative d'équilibre $h = \frac{p}{p_0}$ d'après la quantité d'eau

absorbée mesurée par pesée. Si l'on reporte alors les températures T_c en fonction des quantités correspondantes $\frac{1}{h}$ (inverses des pressions relatives), les points expérimentaux *s'alignent sur deux droites concourantes* (*fig.* 1 et 2). La discontinuité de pente suggère immédiatement le passage par la saturation de la couche monomoléculaire; appliquant aux isothermes relevées l'analyse de B.E.T. [6], nous avons vérifié, pour les six gels étudiés *un très bon accord entre les valeurs de q_{mT} ainsi obtenues et celles déterminées d'après l'étude diélectrique* (q_{mT} désignant la quantité d'eau saturant à la température T, la couche monomoléculaire).

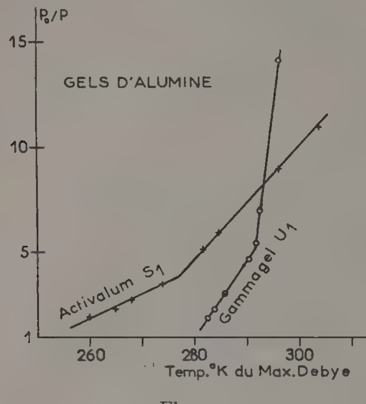


Fig. 1.

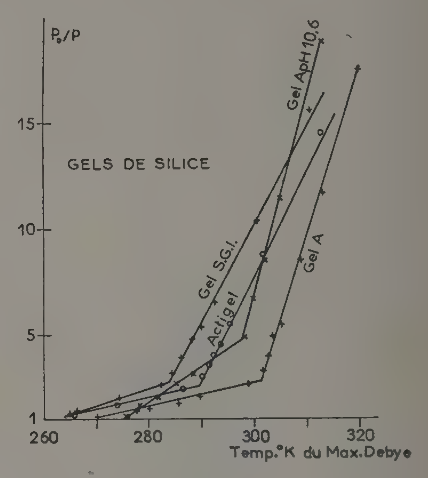


Fig. 2.

Nom du Gel.	(Surface m²). B. E. T.	Méthode diélectrique.	Pores (Å).	Pente $q < q_{mT}$.	$q > q_{mT}$.	Variation de pente.	$E_1 - E_L$. (kcal/mol).
			Gels de silice.				
S. G. I	530	582	10	0,47	0,08	0,39	0,880
Actigel A	490	510	10	0,50	0,054	0,45	0,970
A	249	258	30	0,785	0,06	0,72	1,0
pH 10,6	145	153	60	0,94	0,17	0,77	1,66
			Gels d'alumine.				
Activalum S_1	271	288	micro-poreux	0,28	0,12	0,16	1,507
Gammagel U_1	330	335	gros pores	2,25	0,375	1,88	1,99

Remarque. — Les pentes sont arbitrairement exprimées en unités de $\frac{1}{h}$ par degré K.

L'examen des courbes $\frac{1}{h} = f(T_c)$ semble montrer en outre que la pente de la région $q < q_{mT}$ est *d'autant plus grande que les pores du gel sont plus gros*; d'autre part, le changement de pente entre les deux droites semble d'autant plus élevée que la quantité $E_1 - E_L$ déduite de l'analyse de B. E. T. est grande. Le tableau ci-dessus résume ces résultats.

La méthode diélectrique que nous indiquons, apparaît donc comme un *nouveau procédé d'étude de l'adsorption; nos résultats montrent en outre, par un moyen tout différent, la valeur de l'analyse de B. E. T. (basée sur des considérations thermodynamiques) dans son application à l'adsorption de l'eau sur gels de silice et d'alumine.*

Lettre reçue le 18 novembre 1954.

[1] Le Bot J. et Le Montagner S. — *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 79.
[2] Le Bot J. et Le Montagner S. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 469.
[3] Carteret Y. et Imelik B. — *Bull. Soc. Chim.*, 1954, **21**, 65.
[4] Carteret Y. — *Colloque 4e réunion de Chimie physique*, Paris, 1954.
[5] Prettre M., Imelik B., Blanchin L. et Petitjean M. *Angewandte Chimie*, 1953, **65**, 549.
[6] Brunauer S., Emmet P. H. et Teller E. — *J. Amer. Chem. Soc.*, 1938, **60**, 309.

REMARQUE SUR LA DÉSINTÉGRATION DU $^{204}_{81}$Tl

Par Mlle T. Yuasa et Mme J. Laberrigue-Frolow,
Physique et Chimie nucléaires, Collège de France.

L'étude de la désintégration de $^{204}_{82}$Pb^m (68 mn) de Alburger et Sunyar [1] ayant mis en évidence l'émission d'un γ de 905 keV (68 mn) suivie de celle d'un γ de 374 keV ($2,7.10^{-7}$ s), suggérait pour $^{204}_{82}$Pb le schéma de niveaux reproduit sur la figure (*a*); le premier niveau excité se trouvant à 374 keV au-dessus du niveau fondamental. Il a un spin 2 et une parité +. Le travail récent de D. Maeder et al. [2] confirme ce schéma.

Une transition β^- du $^{204}_{81}$Tl à un tel niveau est énergétiquement possible et au moins aussi probable, d'après les règles de sélection, que la transition β^- conduisant au niveau fondamental de $^{204}_{82}$Pb.

Au cours de l'étude sur la désintégration du $^{204}_{81}$Tl qui fait l'objet d'un article [3], nous nous étions attachés, en particulier à déterminer si une telle transition existait. D'accord avec les résultats de Lidofsky et al. [4], nous obtenions comme limite supérieure d'intensité d'une telle transition : 5 pour 100; et moins de 10^{-4} γ d'énergie de 374 keV par désintégration.

Cette absence de transition pouvait s'interpréter par une configuration particulière du premier niveau excité de $^{204}_{82}$Pb [5].

Au cours de l'impression de notre article, plusieurs travaux sur le $^{204}_{81}$Tl ont été publiés : J. C. Knight et al. [6], dans une étude au spectromètre à champ sphérique obtiennent $E_{\beta-\max} = 766 \pm 2$ keV, d'accord avec notre valeur. Eux aussi obtiennent moins de 5 pour 100 comme valeur d'intensité pour un embranchement éventuel allant à un niveau excité du $^{204}_{82}$Pb situé à une énergie $\leq$ 400 keV au-dessus du niveau fondamental. Ces auteurs envisagent l'assignation de spin et de parité pour le niveau fondamental du $^{204}_{81}$Tl : 2 +. La transition β^- conduisant au niveau fondamental du $^{204}_{82}$Pb serait alors deux fois interdite ($\Delta J = 2$, non). L'écart, cependant entre la forme expérimentale du spectre β^- et la forme correspondant à une transition ($\Delta J = 2$, oui) est trop faible pour appuyer cette hypothèse.

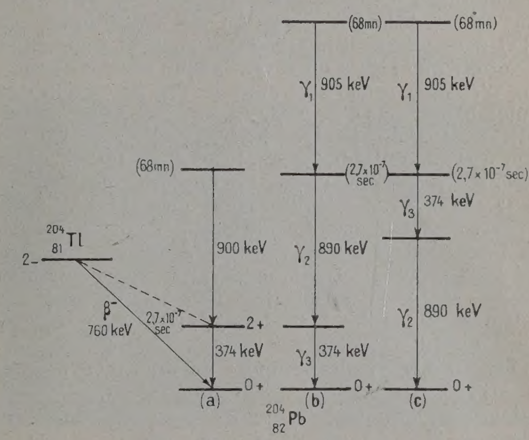


Fig. — Schéma de niveaux possibles pour $^{204}_{82}$Pb.

Par ailleurs, une étude de Krohn et Raboy [7] sur le schéma de désintégration de $^{204}_{82}$Pb^m infirme le schéma admis jusqu'alors [*fig.* (*a*)] en mettant en

Premier groupe : T = 2,5 *ans.*

Période T (ans).	Source.	Appareil.	Durée de mesure.	Références.
2,71 ± 0,05.....	Tl* NO₃, couverte de Durofix	Électroscope β T. Q. Q.	8 mois	Lockett et al., 1953 [8]
2,5 ± 0,03......	Tl* irradié par les deutons activité, identifiée chimiquement à celle de Tl	Nucléomètre (¹)	10 ans	Cheng et al., 1954 [9]

(¹) Électroscope T. Q. Q., une chambre d'ionisation; Nucléomètre, un compteur proportionnel.

Deuxième groupe : T = 4 *ans.*

Période T (ans).	Source.	Appareil.	Durée de mesure.	Références.
3,5 ± 0,5......	Tl* irradié par les deutons (cyclotron) purifié	Électroscope de Lauritsen équipé d'une chambre d'ionisation	10 mois	Fajans et al., 1941 [10]
4,02 ± 0,12......	Tl* NO₃ neutron (Oak Ridge) refroidi 2,2 ans purifié, couvert de glyptal³	Nucléomètre	2,9 ans	Harbottle, 1953 [11]
4,1 ± 0,1......	Tl* NO₃ (Oak Ridge) purifié; avec et sans absorbant de 8,9 mg/cm² Al	Électroscope de Lauritsen	3,4 ans	Horrocks et al. 1954 [12]

évidence l'existence d'un troisième γ d'énergie 890 keV.

L'ordre de γ_2 et γ_3 n'est pas établi expérimentalement, il peut être, soit γ_1, γ_2, γ_3, soit γ_1, γ_3, γ_2 [*fig.* (*b*) et (*c*)].

Le premier niveau excité pouvant être soit à 374 keV, soit à 890 keV.

Nos résultats, cependant, montrant l'absence de γ de 374 keV accompagnant la désintégration β^- de $^{204}_{81}$Tl et de transition β^- allant à un niveau de cette énergie, seraient en faveur de cette dernière possibilité; le premier niveau excité de $^{204}_{82}$Pb^m étant dans ces conditions à 890 keV : une transition β^- du $^{204}_{81}$Tl à ce niveau serait énergétiquement impossible.

Notons que [13] n'observent aucun niveau de rotation d'énergie < 500 keV dans le Pb, par excitation coulombienne par α de 3 MeV.

Il serait d'ailleurs très intéressant de déterminer avec certitude l'ordre des niveaux de $^{204}_{82}$Pb. Nous pensons que l'étude de la capture électronique de $^{204}_{83}$Bi et en particulier la mesure de l'intensité des rayonnements γ émis alors pourraient donner des indications sur cet ordre, à condition toutefois que la capture électronique se fasse sur le premier niveau excité en proportion non négligeable. Les difficultés d'une telle étude résideraient en grande partie dans l'obtention de $^{204}_{83}$Bi de pureté suffisante.

Une autre remarque s'impose, au sujet de la période du $^{204}_{81}$Tl : les résultats des nombreuses déterminations se groupent nettement autour de deux valeurs : $T = 2{,}5$ ans et $T = 4{,}1$ ans.

Il semble que les auteurs donnant la valeur de la période la plus longue (4,1 ans) aient attaché une importance particulière à la purification chimique des sources après irradiation, ce qui pouvait éliminer une impureté possible de période plus courte que 4 ans.

Notons d'ailleurs que les valeurs de *ft* pour $T = 2{,}5$ ans et $T = 4{,}1$ ans : 9,49 et 9,66 classent l'une et l'autre la transition β^- de ^{204}Tl dans le groupe de première interdiction.

Manuscrit reçu le 7 décembre 1954.

[1] SUNYAR A. W., ALBURGER D., FRIEDLANDER G. GOLDHARBER M. et SCHARFF-GOLDHARBER G. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 181.

[2] MAEDER D., WAPSTRA A. H., NIJGH G. J. et ORNSTEIN L. Th. M. — *Physica*, 1954, **20**, n° 8, 521-538.

[3] YUASA T., LABERRIGUE-FROLOW J. et FEUVRAIS L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 1500; *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 39.

[4] LIDOFSKY L., MACKLIN P. et WU C. S. — *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 204 et 391.

[5] DE SHALIT A. et GOLDHABER M. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1211.

[6] KNIGHT J. C., BRAID T. H. et RICHARDSON H. O. W. — *Proc. Phys. Soc.*, 1954, A **67**, n° 10, 881.

[7] KROHN V. E. et RABOY S. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1354.

[8] LOCKETT E. E. et THOMAS R. H. — *Nucleonics*, 1953, **11**, n° 3, 14-17.

[9] CHENG L. S., VIRGINIA C., RIDOLFO M. L., POOL M. L, et KUNDU D. N. — *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1954, **29**, n° 7, 16.

[10] FAJANS K. et VOIGT A. F. — *Phys. Rev.*, 1941, **60**, 619.

[11] HARBOTTLE G. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1234.

[12] HORROCKS D. I. et VOIGT A. F. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 1205.

[13] TEMMER G. M. et HEYDENBURG. — *Phys. Rev.*, **93**, 1954, 351.

SUR L'EMPLOI D'ÉCRANS ABSORBANTS AU SEIN DE LA COUCHE SENSIBLE D'UNE CHAMBRE A DIFFUSION

Par Anatole ROGOZINSKI,

Laboratoire de Physique Cosmique de l'Institut d'Astrophysique, Paris.

L'étude de différentes interactions entre des particules de grande énergie et la matière exige dans certains cas la présence d'écrans appropriés au sein même de la couche sensible de la chambre à diffusion. En raison de la structure essentiellement horizontale de cette couche, l'étude porte surtout sur des particules contenues dans un plan sensiblement horizontal, de sorte que les écrans utilisés sont placés en général dans une position verticale.

La présence de tels écrans au sein de la couche sensible apporte toujours une certaine perturbation



Fig. 1. — Tourbillons provoqués par la présence d'un écran vertical en Pb au sein de la chambre.

dans le fonctionnement de la chambre. Dans le cas des écrans en matière isolante, susceptibles de prendre une distribution verticale des températures voisine de celle qui règne dans la chambre, la perturbation reste tolérable. Il en est tout autrement pour un écran métallique. Les deux distributions diffèrent alors notablement et ce fait se traduit par l'apparition de tourbillons (*fig.* 1) qui, dans la plupart des cas, rendent la chambre inutilisable (1).

Deux solutions peuvent être envisagées pour atténuer cet effet : le chauffage convenablement distribué de l'écran, ou son fractionnement, dans le sens horizontal, en deux ou plusieurs parties isolées thermiquement les unes des autres, chacune se mettant en équilibre thermique avec la couche sensible qui lui correspond. Nos essais, qui ont porté uniquement sur la méthode du fractionnement, nous ont permis d'obtenir des résultats encourageants.

Ces essais ont été effectués à l'aide d'une chambre

(1) Signalons à cette occasion que des essais ont montré qu'un écran métallique *horizontal* de 15 cm × 10 cm, isolé thermiquement et placé dans la région sensible de la chambre, perturbe à peine le fonctionnement de cette dernière. Nous avons pu distinguer parfaitement les trajectoires de particules, aussi bien au-dessus qu'au-dessous de l'écran.

à diffusion rectangulaire (38 cm × 18 cm), munie d'un berceau intérieur en verre [1]. L'écran utilisé était une plaque verticale de Pb de 1 cm d'épais-

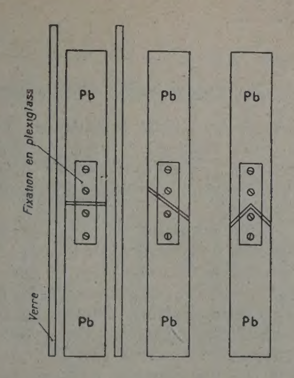


Fig. 2. — Modes de fractionnement de l'écran.

seur, disposée perpendiculairement au grand côté de la chambre.

Des résultats satisfaisants ont été obtenus, en divisant l'écran en deux parties et en laissant subsister entre elles une fine fente horizontale, dans laquelle on peut d'ailleurs insérer une feuille de matière

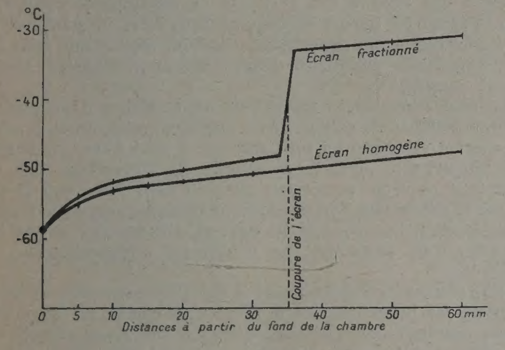


Fig. 3. — Distribution verticale des températures d'un écran homogène en Pb et d'un écran fractionné.

isolante (*fig.* 2). Les deux parties étaient maintenues par des plaquettes en plexiglass. De plus, l'écran était placé entre deux plaques en verre, qui l'isolaient du volume sensible de la chambre. Afin de compenser partiellement l'inhomogénéité locale de l'écran, créée par la coupure, la section peut être faite obliquement, ou en forme de chevron (*fig.* 2).

Les courbes de la figure 3 représentent la distribution verticale des températures d'un écran homogène et celle d'un écran fractionné. Les mesures de température ont été effectuées à l'aide d'un couple thermoélectrique introduit dans des trous pratiqués à cet effet dans les écrans. On remarquera la discontinuité très accusée de la température à la coupure de l'écran fractionné.

La figure 4 reproduit la trajectoire d'une particule

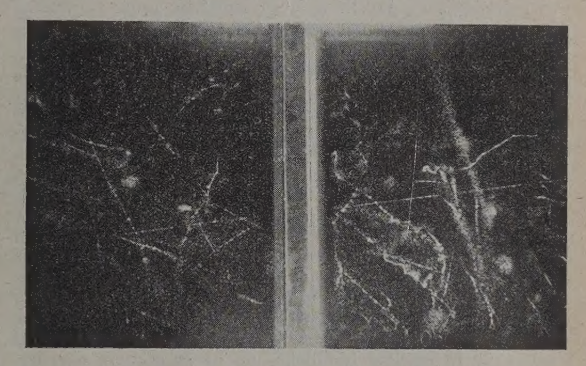


Fig. 4. — La trajectoire d'une particule horizontale pénétrante montre que la présence d'un écran fractionné en Pb ne perturbe pas appréciablement le fonctionnement de la chambre.

horizontale pénétrante ayant traversé l'écran, ainsi que toute la longueur de la couche sensible de la chambre. Elle montre aussi que la chambre est sensible jusqu'au voisinage immédiat de ses parois et de l'écran. Cette photo a été obtenue en déclenchant l'éclair d'un tube à xénon par l'impulsion de coïncidence d'un télescope horizontal de compteurs G. M., placés de part et d'autre de la chambre. On peut en conclure que la méthode décrite permet d'introduire des écrans métalliques dans le volume sensible de la chambre à diffusion, tout en maintenant un fonctionnement satisfaisant du dispositif.

Manuscrit reçu le 27 novembre 1954.

[1] VOISIN A. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 459.
ROGOZINSKI A. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 304.

REVUE DES LIVRES

DUFAY (J.) **Nébuleuses galactiques et matière interstellaire** (1 vol. 14 × 19 cm, 496 pages, Albin Michel, Paris, 1954, 1650 f).

Cet Ouvrage couvre un vaste domaine de l'Astrophysique, actuellement en plein développement et dont l'importance, tant pour l'étude de la structure de notre galaxie que pour la cosmogonie, n'a pas besoin d'être soulignée. L'auteur, à la fois astronome et physicien, a su maîtriser toute la variété des problèmes posés par la présence, dans notre univers, de la matière diffuse.

Les conditions faites à l'édition scientifique ont obligé l'auteur à donner à ce livre la forme d'un Ouvrage de vulgarisation. Cette forme se manifeste surtout par un chapitre de quarante pages consacré aux « notions fondamentales d'Astrophysique ». Le gros de l'Ouvrage, d'une lecture facile, constitue une documentation précieuse tenue à jour jusqu'en 1952, qui sera consultée avec fruit par les professionnels, même spécialistes, et cela d'autant plus facilement qu'une bibliographie de 440 références leur permettra de se reporter aux travaux originaux. Je ne crois pas qu'un tel livre, unique en langue française, ait son équivalent en une autre langue, tout au moins en ce qui concerne la matière interstellaire.

Il est inutile de donner ici un aperçu de la table des matières car tous les problèmes ont été examinés et discutés, qu'il s'agisse de la matière lumineuse ou de la matière obscure, des gaz ou des poussières, des méthodes d'observation ou de l'interprétation des résultats.

L'auteur, Directeur de l'Observatoire de Haute-Provence, n'a voulu utiliser, pour illustrer son Ouvrage, que des clichés pris dans son observatoire ou à l'ancienne station de Forcalquier de l'Observatoire de Paris. Les vingt-quatre planches hors texte sont assez bien venues : on aurait cependant préféré les voir tirées sur papier couché.

D. BARBIER.

VAN ISACKER (J.), **La scintillation des étoiles** (1 vol. 16 × 24 cm, 110 pages, *Inst. Roy. Météor. Belgique*, 1953).

Dans cet Ouvrage d'une grande richesse, l'auteur se propose de généraliser les résultats obtenus par Chandrasekhar dans l'étude, à des fins météorologiques, de la scintillation des étoiles, des planètes et des radiosources. Il reprend la méthode de recherche des éléments définissant statistiquement la turbulence mais sans se borner à l'approximation linéaire qu'il retrouve comme cas particulier.

Le chapire I traite de la théorie géométrique de la lumière. L'atmosphère est divisée en couches minces parallèles où l'indice de réfraction fluctue selon une loi dont il s'agit de calculer le spectre temporel S_v en fonction de celui S_1 de la scintillation observée. Dans le cas d'une étoile le calcul, très laborieux malgré l'élégance des méthodes, est conduit jusqu'au bout même pour une couche épaisse et non homogène. Malheureusement, l'analyse ne peut aller plus loin : il faut des approximations d'ordre supérieur (et la difficulté des calculs s'accroît désespérément) pour étudier le cas des planètes ou celui (pourtant seul réel) où l'objectif a un rayon fini (la scintillation donnée par une lentille d'ouverture R est identique à celle d'une planète de diamètre apparent $\frac{R}{z}$, z étant l'altitude de la couche turbulente). De plus, le problème inverse, seul intéressant pour le météorologue, de déduire S_v à partir de S_1 n'est évidemment possible que si l'on admet une hypothèse bien douteuse d'isotropie complète de la couche turbulente.

L'auteur n'a donc explicité la formule exacte que pour montrer la complexité considérable de l'analyse mathématique complète de la scintillation même dans le cas de l'approximation géométrique et surtout pour retrouver les domaines exacts de validité des approximations étudiées antérieurement.

La théorie ondulatoire conduit à des calculs tels qu'il faut dès le départ supposer la couche turbulente mince, le milieu isotrope et donc la polarisation négligeable (ce qui laisse ouvert un champ de généralisation peu commode). Une première remarque physique se dégage de l'étude de la mobilité de l'image : le pouvoir séparateur maximum du récepteur est obtenu pour une ouverture telle que le premier cercle d'interférence cesse d'être discernable. De plus, la fixité de l'image est condition nécessaire mais non suffisante de validité de l'approximation linéaire. Ceci étant, la formule générale donnant S_1 est obtenue et permet, non une étude exacte (la formule est impossible à manier analytiquement), mais une délimitation des domaines de validité des approximations usuelles qui réserve des surprises et notamment l'existence de cas (pour les basses fréquences du spectre de scintillation) où l'approximation géométrique linéaire est valable sans que les conditions justifiant l'approximation linéaire simple soient remplies.

La discussion serrée des conditions expérimentales conclut à l'impossibilité de calculer avec quelque précision S_1 à partir du spectre temporel en un point car il faut faire une correction importante pour tenir compte de l'ouverture finie du récepteur et cette correction ne peut être faite que si l'on étudie le même objet en plusieurs points (pour avoir le spectre spatial) ou si l'on connaît le vent en altitude (et ce que l'on cherche, c'est justement les conditions météorologiques en altitude).

Effectivement, l'observation a été faite et, même en enregistrant les intensités entre 15 et 500 cycles.s^{-1} avec plusieurs diaphragmes, l'auteur, après de très longs calculs, n'a pu obtenir qu'une approximation satisfaisante de la vitesse du vent en altitude.

La situation se présente sous un jour moins noir en radioastronomie. L'approximation linéaire géométrique est valable et l'analyse des fluctuations en position est plus simple vu leur plus grande lenteur.

L'analyse de Hewisch est donc suffisante pour les radiosources mais, par contre, une théorie non linéaire s'avère plus satisfaisante pour les grandes longueurs d'onde. L'auteur termine par une amorce de théorie du fading.

Cet Ouvrage ouvre, aux théoriciens et surtout aux observateurs munis d'instruments adéquats (permettant notamment la mesure des fluctuations lentes par un enregistrement plus long), de nombreux et riches horizons dans l'étude des couches turbulentes à haute altitude et la comparaison avec les résultats obtenus directement sera intéressante.

J. L. RIGAL.

Le Gérant : MAURICF BLONDIN. 146991 IMP. GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1955.